

「数学は好きですか？」 ^{かじ} ^{はじめ} 楫 元 教授（数理科学科）

【「数学」に対するイメージは？】

「数学は芸術である」、と以前、調子に乗って「大学への数学」（月刊・東京出版）という雑誌に書いたことがあります。「芸術」なんていうと大げさかもしれませんが、一般の人の数学に対するイメージ、特に、大学受験生が持っている受験数学のイメージが、数学者の相手にしている数学というか、真の数学と、どれほどズレているか、知って欲しくて書きました。つまり、多くの人が「算数や数学は大事だから、役に立つから勉強しなさい」と言われてきたんじゃないかと思います。確かにそういう面もありますが、社会人になってからのことを考えると、買い物の際にお釣りが幾らとか、お金のやりくりができて、貯金の利息計算の仕組みとかわかれば十分じゃないかと思うんです。社会にでてから、どれほどのひとが、2次方程式の解の公式や、微分積分を使う場面に出会うでしょうか。だから、「将来、役に立つ」「とにかく、大事」と言われて無理やり難しい数学を勉強させられてきた人は、大変気の毒だと僕は思います。「こんなものが何になるんだ」とか「受験のためだから仕方ない」と思いながら、微分積分を勉強している高校生はたくさんいますから。余談ですけれど、最近の学生の数学離れについては、そういうところに一因があるのではないかと感じますし、小学校や中学、高校で、どのように教えているのか、心配になることがあります。技術訓練みたいに強制されたらちっとも面白くないでしょう。子供が夢中になるテレビゲームだって、毎日強制的にやらせて、ときどき試験なんかして、成績なんか付けられたら、大方の子供はうんざりするんじゃないかと思います。そういう意味では、小学校で算数はとにかく勉強するにしても、中学あたりからは、最初からいっそのこと、「数学が何かの役に立つと思ったら大間違い！」と言い切ってしまった方がすっきりするんじゃないでしょうか（笑）。それで、大事だとか、役に立つからではなく、数学の美しさや面白さが伝わる授業をしてほしいです。一度でも「数学は面白い!」って感動した体験があるかないかで、その捉え方がまったく変わってくると思うんです。ですから、そういう体験を持った方に数学の先生になって欲しいと思います。結局は、自分の体験しか、伝えることができないんじゃないかって思うからです。

僕も、高校のときに「この先生に会わなければ大学進学のために数学科を選ばなかつたらろう」と思う先生に出会いました。大学受験対策なんか全然しない先生で、生徒によってはかなりの不満があったと思うんですけれど（笑）。僕は、数学は好きでしたが、理科や物理のがずっと面白い、という風に思っていたんです。でも、高校3年間、その先生にずっと教わってきているうちに、「あれっ、数学っていうのも、かなり面白いんだなあ」って思うようになったんです。とてもユニークな教え方をする先生で、先生ご自身が、数学が面白くて面白くてたまらない、数学を教えるのを嬉しくて嬉しくてたまらないという風に授業をするんですね。多分、それが伝染したんじゃないかって思います。

多くの数学者は、「役に立つ」というよりは、「美しいから」「面白いから」「どうしてもやりたくなってしまう」という面があって研究しています。だから、研究者の数学と中学高校などでの受験数学にはすごいギャップがあります。中学までは数学を勉強するけれど、高校からは文系に行って「今後は数学を勉強しません!」という人たちの中には、「やりたくなかつたけれど、無理やり勉強させられた」「受験のために仕方なく勉強した」という記憶のある人が世の中に多くいらっしゃる。私には、それでは、数学がかわいそうという感じがします。また、教育が「役に立つことイコールよいこと」という価値観のみで進められたとしたら、なにか、悲しい気持ちになります。余裕がないというか、何だか、栄養価や摂取効率をウリにしているカロリーメイトみたいですよ。

【数学のどこが芸術なの？】

正面切ってきかれると、説明しづらいんですけど、例えば、たしか中学校で習う、「ピタゴラスの定理」というのがありますよね？「三平方の定理」とも言いますが、三角形が直角三角形となるためには、三辺の長さが、これこれしかじか、ってヤツです。これは、数学の定理の中では、易しいものなんですけど、同時にとても役に立つ重要なものです。紀元前に発見された定理ですが、二千年以上経た現在でも正しく全然狂いが無い。いつまで経っても価値を失わない。反面、例えば、技術の進歩というのはすごくスピードが速くて、10年前のパソコンなんてゴミ同然ですよ？それは技術が進歩してよいものが生まれて、前の技術が古くなって価値を失うということなんですけど、ソフトの面でもハードの面でも、技術というのは、いいものが出てくると前のものはダメになる・・・それには勿論、実用性の追求という大きな理由がありますけれど。それに比べて、数学は、というか、数学が追い求めている真理は、いつまでも輝きを失わないという感じがします。昔作られた素晴らしい音楽や昔描かれた絵の美しさが色褪せないのと同様に、数学も、昔のものだからって内容が古くなったり、価値を失ったりすることはありません。例えば図書館での数学関連書籍の扱いをみても、50年、100年前の学術雑誌を今でも使ったり読んだりすることがあるので、大切に保管されているんですよ。数学以外の学問では、「この技術は時代遅れである」ということで5年、10年前の論文などが載っている本や雑誌を捨ててしまう分野もあると聞きました。図書館で数学関連書籍は、工学系の書籍と並んで一緒に置かれていますけれど、どちらかという、「芸術」のカテゴリーに置かれていてもおかしくはない、と思っています。

また、数学を研究している人達、アマチュアにしろプロにしろ、とにかくその人達の数学研究に没頭する行為というのは、一般の人達が音楽や美術の鑑賞を楽しんだり、または、自分で演奏するなり絵を描いたりするの同様に、結局は、自分の好奇心を満たしたり、自分の楽しみのためにしているわけですよ。そういう意味では、数学研究は仕事というよりも、趣味と言ったほうがふさわしいでしょうし、学問のひとつではありますが、音楽や美術、演劇などと同列の、芸術の一分野と考えた方がふさわしい、と思うわけです。

だから、皆さんの多くの方が一般的にイメージされる数学と、研究の対象としての数学とはちょっと、というか、かなり違うんです。この点を是非、多くの方々に知っていただきたい、と思っています。皆さんが勉強してきた数学は、学校でいい成績をとるため、大学に入るための、競技種目のひとつという存在になっていて、人によっては「あの先生が好きだから、数学好きだったけれども、先生が変わったから嫌いになっちゃった」ということもあると思います。そのこと自体は不思議でも悪いことでもないですが、数学自体の面白さ、素晴らしさを知らずに数学から離れて行ってしまふ人がかなりたくさんいるんじゃないかって思います。とても残念ですね。

【研究の面白さとは？】

数学に限った事ではないと思いますが、やはり、未知の事柄に対する好奇心と言うか、知らない世界を調べて行くときのわくわくした感じでしょうか。出来上がっているものを勉強していくっていうのも面白いですが、やっぱり、誰も解明していない事柄を調べたり、未解決問題に挑戦するのは、わくわくします。例えば、テレビゲームのロールプレイングゲームをしてて、先がわかっていたら面白くないですよ？ゲームの中で、自分の判断で知らない世界に進んでいって、探検して何かを知ると面白く感じる、というのは誰もが持っている感覚だと思うんですけど、数学者はそれを数学の世界

でやっているんです。

数学もゲームの一つ、とも言えますが、数学とテレビゲームなどのいわゆる普通の『ゲーム』との大きな違いは、『ゲーム』なら‘答え’が用意されていますが、数学研究では、必ず答えがあるというわけではないんですね。研究を進めていくと袋小路にぶつかって「ダメだなあ」というときもあります。だから、少し脱線ですが、どちらの方向に進むと何か新しい発見ができるのか、その方向を嗅ぎ分ける能力ってというのは、研究者として大事なことだと思います。他の人の知らないところ、わからないところを調べていっているつもりでも、他の人が既に調べ尽くされた領域に突き当たることもあり「なんだ、もう誰かが研究しちゃったのか」ということもあります。以前は袋小路だと思っていた部分が、他の人の研究により別の角度から道が開けてわかるようになる、ということもありますし、10年くらい前に考えていたときには、先に進めなかったのだけれど、そのことをすっかり忘れてからまた考えてみると、道が開けるといこともあります。

【超高性能な計算機が発明されたら、数学の未解決問題は全部解決できる!?!】

一般には誤解されているようなので、すこし数学の研究と計算機との関わりについてお話ししますと、たとえばテレビなどで「世界中のどんなに高性能な電子計算機でも解けない数学の未解決問題」というような意味の説明を、ときどき耳にしますが、数学者からすると、これはかなり変に聞こえるんですね。つまり、計算機は、与えられた条件をシラミツブシに計算する、というようなことは得意ですが、新しい何かを創り出したり生み出したり、考え出したりすることはできないからです。結局は、人間が指示したことしかできないわけで、解き方を指示できる位なら、人間でも解けますよね。まれに、「あとは、これを計算すればよろしい」というところまで人間がある程度解いて、残りの部分は機械に任せるといこともあります。有名なのは『四色問題』と呼ばれる問題の解決です。これは、「地図上の国々を色分けするには四色あれば十分である」という予想で、最終的には、計算機でシラミツブシに調べて肯定的に解決されました。要するに計算機は、本当に計算しかできないんですね。ただ、将来、何万年後か知りませんが、人間の脳や心と同じ働きをする「人工知能」が開発されたら、どうなるかわかりませんけれどね。結局のところ、数学は、自分の頭の中で考えたり、手で計算したり、絵というか図ですね、図を描いたりすることでなされる、ということになると思います。

でも、じゃ、現在の計算機は数学の研究に役立たないか、というとそれも違います。計算機自体と言うか、そのアルゴリズムなどを研究する分野も有りますし、また、計算効率を上げるにはどういうプログラムを作ると良いか研究する分野も有ります。僕の専門は計算機じゃないですが、自分で考えた予想が正しいか、実験してみたりするのにパソコンをよく使います。これは想像ですけど、他の数学者にしてみても、実験するのに使っているというのが一番多い使い方じゃないかと思います。だから、たとえば「数学の研究は、紙と鉛筆だけあればよい」というのは、時代錯誤で大きな間違いです。

【数学者は孤独が好き?】

数学者が研究をしている様子は、ハタから見ると孤独に見えるかも知れませんが、やっている本人は孤独だ、などと感じたことはありませんし、そんなこと考えたこともないと思います。大勢で協力してやる実験など、数学では普通やらないわけで、一人でやってるんだから孤独といえば孤独といえます。でも、たとえば、音楽を聴いて一人で楽しんでいるときに「自分は孤独だ」なんて感じたりしないでしょう?音楽と一体になってその世界を楽しんでいるわけで、数学も同じです。一人で自分の趣味の世界に没頭しているときに孤独を感じないのと同じです。それだけでなく、数学者には、ひと

りで何かをすることが好きな人が多いのではないかと思います。一人になれる「孤独の時間」をたくさんあげましょう、と言ったら喜ぶ数学者はたくさんいるのではないかと思います。

とはいえ、常に一人か、というとそうでもなく、共同研究したり、共同で論文を書くということもあります。共同研究の面白いところは、誰かと、ある問題について議論をするうちに、自分一人では考えつかないような新しい何かが見えてきたりすることです。ですから、刺激しあえる人と共同研究できるとお互いプラスになって、素晴らしいものを得ることができます。また、研究集会などで、他の研究者の前で自分の研究成果を発表したりすると、思わぬ人から思わぬ反響があったりして、これまた楽しいものですし、自分の研究に非常にプラスになります。ですから、研究発表を行ったり、他の研究者と情報交換することは、数学においては非常に重要です。

でも、新しい研究テーマに取り組み始めたばかりの最初の段階では、頭の中にもやもやとしたものがあるだけ、ということは良くあります。頭の中では、絵にも描けないようなイメージがガシャガシャと存在しています。数学では、その「ガシャガシャ」をきちんと人にわかる形で表現してゆくということが大切です。「ガシャガシャ」って素晴らしいことが頭の中にはあっても、それをきちんと表現できず伝えられなかったら、何にもなりませんから。第三者に客観的に伝えられるようになるのは、研究の段階としては、かなり進んだ段階と言えます。「ガシャガシャ」を何とかして客観的に第三者にわかるように論理的に表現して発表し、世界中に伝えたい、というのが数学研究の原動力のひとつになっていると思います。「こんな感じかなあ」と絵を描くこともありますが、その絵は、その人にしか理解できない絵であったりするので、結局「ガシャガシャ」の部分は自分でしか理解できないものです。でも、そのうち、「マトリックス」や「攻殻機動隊」みたいに頭の後ろをソケットでつなぐと、その「ガシャガシャ」が行き来してすごいことになるじゃないかなあ、と思うんですけどね（笑）。

【専門の代数幾何についてひと言】

私の専門である代数幾何について少しお話しします。中学高校のときに、平面の直線の方程式とか二次曲線を教わったと思います。 $y = x + 1$ とか、 $y = x^2$ とか、そういう四則演算でできている式を「代数方程式」と呼び、代数方程式で決まる図形を、「代数多様体」と呼びますが、その代数多様体を対象にする幾何学が、「代数幾何学」です。昔、高校の数学科目のひとつにあった「代数・幾何」とは別物ですが、中学高校で出てくる直線や放物線、楕円などは、みな代数多様体のとても簡単な例です。中学高校で教わるものは、とても易しい代数方程式で決まるものしか扱わないのですが、一般の代数方程式まで考えるようになると、定義される代数多様体の形は急激に複雑になり、調べるのがとても難しくなりますが、同時に、面白さも倍増します。

代数幾何という分野では、どこの国が進んでいるか——簡単に挙げると、昔は群を抜いてイタリアだったと思いますが、現在は、アメリカ、フランス、ドイツ、そのほかの欧州・・・などです。日本もトップレベルの国のひとつだと思います。数学界のノーベル賞と言われる賞で、フィールズ賞という賞があるのですが、過去に受賞した日本人は、3人とも全員、代数幾何の分野で受賞しました。だから、日本人のDNAには、実は、特別に優れた‘代数幾何遺伝子’が入っているんじゃないかって思いますね。数理科学科の学生は、三年の後期から研究室に配属されるのですが、どの専門分野を選ぶか迷っている学生にはいつも、「DNAに聴け」って言ってます。「日本人なら代数幾何だ！」って。納得する学生はほとんど、いないんですけど（笑）。

とにかく、日本の代数幾何は、研究レベルが高く研究者の層も厚いのですが、代数幾何の中でも日本で特に盛んなのは「双有理幾何学」といわれる分野です。自分がやっている代数幾何の分野は双有

理幾何ではなく、「射影幾何学」といわれる分野です。それらの内容を説明するのはやめておきますが、どう違うのかというと、たとえば一本の樹木を調べるのに、とれる材木の堅さはどれくらいとか、水分がどれくらい含まれているとか、樹木のことをよく知らないのであまり良い例えが言えませんが、とにかく、木の内部、樹木自体の性質を調べるのが双有理幾何とするなら、射影幾何は、その樹木の枝ぶりとか、形を調べるのが目的です。つまり、代数多様体自体のもつ性質を調べるのが双有理幾何とするなら、射影幾何は、「射影空間」と呼ばれる‘器’に代数多様体がどのような形で入っているか、その収まり具合を調べる学問です。

【最近、興味あること】

自分は代数幾何のうちで特に、射影幾何学を研究テーマにしているのですが、その延長で、最近は、三項演算をもつ代数系に興味を持っています。ごくごく簡単に説明しますと、小学校から習う普通の足し算、引き算、掛け算、割り算、これらはどれも、二つの数を与えると、その和や差、積、商などの数が一つ出てくる計算ですよ。二つ与えると一つ出てくる。こういうのを「二項演算」と呼びます。「三項演算」は、3個何かを与えると初めて1個、答がでてくる計算と言えます。自分にはまったく縁のないものだったのですが、共同研究者から教わりました。共同研究の賜物ですね。でも、最初に知ったときには、正直言って、非常にグロテスクな感じがしました。丁度、手足が3本ずつ、眼も耳も3個ずつある宇宙人に出会った感じというか、とにかく、抵抗がありました。でも、いろいろと計算に使って遊んでみると面白くてしかも自分の研究に非常に役立つことがわかってきて、今では、かなり夢中になっています。「そんなもの、本当に、あるんですか？」って疑問に思うかも知れませんが、必要なもの、便利なものは何でも創ってしまえばいいんです。きちんと定義さえすれば、何を使ってもいいんですね。数学の世界では、論理的整合性が保たれるなら、何をしてもいいんです。そもそも、足し算、引き算など、皆、当たり前のように使っていますが、別にもとから存在していたわけでも、神様とか宇宙人がくれたものではなく、もとはといえば、人間が考え出したものですよ。数学は、新しい記号や、式や、図形など、必要ならば自分の頭で自由に作り出してゆく、『何でも有り (vale tudo)』の世界です。ただ、ここで大事なのは、何をしてもよい代わりに、それで面白いこと、素晴らしいことがでてくるか、発見できるかという点です。

【未踏の地】

数学はこれだけ長いあいだ研究されてきましたから、もう解明し尽くされたんじゃないかと、世間一般の人達は考えるかも知れませんが、でも、ひとつのことが判明するとそれを足がかりにまたさらに先を調べて行く・・・という具合に研究対象が広がっていくので、解明の余地というか、未解決な部分は、まだまだたくさんあるんです。どこか未開の地を探検していて、新しいルートを発見し、前人未踏の高い山の頂上に登ることに成功した、とします。これで、探検が一つ完了した、ということになると思いますが、その高い頂上からまわりを眺めてみると、それまでは気付かなかったけれど、向こうの方にまだ行ったことのないもっと高い、もっと美しい山が見える、どうしてもそこに登ってみたい、どうやってそこに行ったら良いだろう？ということで、新しい探検の対象が生まれる、という感じですよ。

でも、数学では、多くの場合、わからないことだらけなんですよ。太平洋の海に孤島があって、島の中はわかりつくしていても、さあ、いざ海に出ようというときに、どちらへ向かっていいかわからないというようなイメージです。そのとき、どっちの方向へも、いくらでも行きようがあるけれど、「ど

こに向かえば面白いか」「どっちへ行けば美しい真理を発見できるか」ということが数学には大切なことです。向かう方向はたくさんあるけれど、これまでに研究されてきた数学の分野は、面白い事実や美しい真理を追い求めて、その領域を拡げてきたという感じなんです。無茶苦茶に方角を定めずに突き進む、というようなことはありません。

数学世界には今後も開拓の余地があり、わからない事柄はたくさんあります。ただ、分野によっては、長年研究し尽された分野やまだ若い分野があって、そういう意味での差はあります。一つの高峰を除いては、周りはすべて探検し尽くしたという領域もあれば、いままで、何でこんな美しい場所があることに気付かなかったのだろうか？というような長年だれも存在すら知らずに足を踏み入れなかった領域というのもあると思います。新しい分野がパッと脚光を浴びて、何かのきっかけでこういう風に調べると面白いというのがわかったら、皆がワーと寄ってきて、どんどん論文が書かれ、解明されていくということもありますし、ある程度解明されると、またその解明をきっかけに別の分野が拡がる、ということもあります。また、思いもよらぬ分野どうしが密接に関係しているなんてことが発見されることもあります。何でも未知のことを研究すればよいというのではなく、「面白さ」や「美しさ」が重要なのですが、一つの発見が新たな疑問を数多く生む、という仕組みなので、数学の世界に「おしまい」ということはないのです。

以 上