

# 都の西北 代数幾何学シンポジウム

科学研究費補助金 (基盤研究 (C), No.16K05113, 代表 楫 元), 科学研究費補助金 (研究活動スタート支援, No.15H06690, 代表 鈴木 拓) により, 下記の通り早稲田大学理工学部において代数幾何学シンポジウムを開催致します.

皆様のご来聴を心よりお待ちしております.

## 記

会 期: 2016 年 11 月 15 日 (火)–18 日 (金)

会 場: 早稲田大学理工学部 55 号館 S 棟 2 階第 3 会議室 (西早稲田キャンパス)

世話人: 楫 元 (早稲田大学), 永井保成 (早稲田大学),  
網谷泰治 (鶴見大学), 古川勝久 (東京大学), 渡邊 究 (埼玉大学),  
石川大蔵 (早稲田大学), 鈴木 拓 (早稲田大学)

講演予定:

### 11 月 15 日火曜日

13:50–14:50 小木曾啓示 (東京大学)

On higher dimensional manifolds with primitive birational automorphisms  
of first dynamical degree  $> 1$

15:10–16:10 權業善範 (東京大学)

Fano 多様体の有界性とその周辺

16:30–17:30 那須弘和 (東海大学)

Obstructions to deforming curves lying on a  $K3$  surface in a Fano 3-fold

### 11 月 16 日水曜日

10:00–11:00 大内元気 (東京大学)

Automorphisms of positive entropy on some hyperKähler manifolds via  
derived automorphisms of  $K3$  surfaces

11:20–12:20 三内顕義 (京都大学)

Decomposability of Frobenius push-forward of structure sheaves

13:50–14:50 高木俊輔 (東京大学)

A Gorenstein criterion for strongly  $F$ -regular and log terminal singularities

15:10–16:10 原和平 (早稲田大学)

Rouquier dimension and Orlov spectrum of singular varieties

16:30–17:30 平野雄貴 (首都大学東京)

Derived Knörrer periodicity and Orlov's theorem for gauged Landau-Ginzburg models

## 11月17日木曜日

- 10:00–11:00 藤田健人 (京都大学)  
On the K-stability of Fano varieties and anticanonical divisors
- 11:20–12:20 福岡尊 (東京大学)  
del Pezzo ファイブレーションを持つ3次元概Fano多様体の存在について
- 13:50–14:50 金光秋博 (東京大学)  
Extremal rays and nefness of tangent bundles
- 15:10–16:10 赤堀克己 (岐阜薬科大学)  
射影曲線上の直線束の normal generation について
- 16:30–17:30 高木寛通 (東京大学)  
 $\mathbb{Q}$ -Fano threefolds with  $\frac{1}{2}(1, 1, 1)$ -singularities revisited

## 11月18日金曜日

- 10:00–11:00 大川新之介 (大阪大学)  
On derived equivalence and Grothendieck ring of varieties
- 11:20–12:20 古川勝久 (東京大学)  
非特異 Fano 超曲面上の2次曲線族の次元について
- 13:50–14:50 渡邊究 (埼玉大学)  
Fano manifolds with nef tangent bundle
- 15:10–16:10 大川領 (京都大学)  
Instanton counting on the minimal resolution of the  $A_1$ -singularity
- 16:30–17:30 佐藤榮一 (九州大学)  
On smooth projective variety dominated by Fano hypersurface

	火曜日	水曜日	木曜日	金曜日
10:00–11:00		大内	藤田	大川 (新)
11:20–12:20		三内	福岡	古川
13:50–14:50	小木曾	高木 (俊)	金光	渡邊
15:10–16:10	権業	原	赤堀	大川 (領)
16:30–17:30	那須	平野	高木 (寛)	佐藤

### 交通案内:

- JR 山手線, 地下鉄東京メトロ東西線, 西武新宿線; 「高田馬場駅」下車, 徒歩15分.
- JR 山手線; 「新大久保駅」下車, 徒歩12分.
- 地下鉄東京メトロ副都心線; 「西早稲田駅」下車, 出口3 (早大理工方面口) がキャンパスに直結.
- 地下鉄大江戸線; 「東新宿駅」下車, 徒歩15分.
- 都バス (池88) 池袋駅東口 ↔ 渋谷駅東口, (早77) 早稲田 ↔ 新宿駅西口, (高71) 高田馬場駅前 ↔ 九段下; 「都立障害者センター前」下車, 徒歩3分.

## Abstracts:

November 15 (Tue)

### On higher dimensional manifolds with primitive birational automorphisms of first dynamical degree $> 1$

小木曾啓示 (東京大学)

I would like to show the existence of Calabi-Yau manifolds of any dimension  $> 1$  and rational manifolds of any even positive dimension with primitive biregular automorphisms of positive entropy or with birational automorphisms of first dynamical degree  $> 1$ . In my talk, I will also explain known results, background and motivation.

### Fano 多様体の有界性とその周辺

権業善範 (東京大学)

最近 Birkar によって特異点付きの Fano 多様体の有界性の証明がアナウンスされた。いわゆる BAB 予想である。その解決によって解決される幾つかの定理を紹介したい。

### Obstructions to deforming curves lying on a $K3$ surface in a Fano 3-fold

那須弘和 (東海大学)

We study the deformations of a smooth curve  $C$  on a smooth Fano threefold  $V$ , assuming that  $C$  is contained in a smooth  $K3$  surface  $S \subset V$ . We give a sufficient condition for  $C$  to be (un)obstructed in  $V$ , in terms of  $(-2)$ -curves and elliptic curves on  $S$ . Applying this result, we prove that the Hilbert scheme of smooth connected curves on a smooth quartic threefold  $V_4 \subset \mathbb{P}^4$  contains a generically non-reduced irreducible component.

November 16 (Wed)

### Automorphisms of positive entropy on some hyperKähler manifolds via derived automorphisms of $K3$ surfaces

大内元気 (東京大学)

In this talk, we construct examples of projective hyperKähler manifolds with automorphisms of positive topological entropy. These are constructed as moduli spaces of stable sheaves on  $K3$  surfaces of Picard number one. We also discuss the relation between above automorphisms of moduli spaces and autoequivalences of  $K3$  surfaces and compare their (topological/categorical) entropy.

### Decomposability of Frobenius push-forward of structure sheaves

三内顕義 (京都大学)

Let  $X$  be a smooth projective variety over  $k$  with a pseudo-effective canonical bundle. In my joint work with Hiromu Tanaka, we proved that  $X$  is isomorphic to an ordinary abelian variety if and only if  $e$ -th iterated Frobenius push-forward of the structure sheaf is decomposed into a direct sum of line bundles on  $X$  for infinitely many  $e$ . A primitive question is that can we use this criterion only on the first Frobenius push-forward level? We give an affirmative answer to this question; if  $\text{char } k > 2$ , a smooth projective variety with a pseudo-effective canonical bundle is isomorphic to an ordinary abelian variety if and only if the Frobenius push-forward of the structure sheaf is decomposed into a direct sum of line bundles on  $X$ . This is a joint work with Sho Ejiri.

## A Gorenstein criterion for strongly $F$ -regular and log terminal singularities

高木俊輔 (東京大学)

Let  $(X, x)$  be a normal  $F$ -pure (resp. log canonical) singularity. We give a criterion for  $(X, x)$  to be quqsi-Gorenstein in terms of an  $F$ -pure (resp. log canonical) threshold under the hypothesis that its anti-canonical cover is finitely generated. This talk is based on joint work with A. Singh and M. Varbaro.

## Rouquier dimension and Orlov spectrum of singular varieties

原和平 (早稲田大学)

In this talk, we discuss an upper bound of the Rouquier dimension of triangulated categories associated with a singular variety. Rouquier dimension, which is first introduced by Rouquier, is a concept of dimension for triangulated categories. I will give new upper bounds for the Rouquier dimensions of the derived and singularity category of varieties that have at worst rational isolated singularity.

## Derived Knörrer periodicity and Orlov's theorem for gauged Landau-Ginzburg models

平野雄貴 (首都大学東京)

Knörrer periodicity is an equivalence between categories of matrix factorizations of a polynomial  $f$  and  $f + (\text{quadratic form})$ . We prove a Knörrer periodicity type equivalence between derived factorization categories of gauged Landau-Ginzburg (=LG) models. As an application, we obtain a gauged LG version of Orlov's theorem which describes a relationship between categories of graded matrix factorizations and derived categories of hypersurfaces in projective spaces.

November 17 (Thu)

## On the K-stability of Fano varieties and anticanonical divisors

藤田健人 (京都大学)

We apply a recent theorem of Li and the first author to give some criteria for the K-stability of Fano varieties in terms of anticanonical  $\mathbb{Q}$ -divisors. We propose a condition in terms of certain anti-canonical  $\mathbb{Q}$ -divisors of given Fano variety, which we conjecture to be equivalent to the K-stability. This is a joint work with Yuji Odaka.

## del Pezzo ファイブレーションを持つ 3 次元概 Fano 多様体の存在について

福岡尊 (東京大学)

反標準因子がネフかつ巨大だが豊富でない非特異射影多様体を概 Fano 多様体という. Jahnke-Peternell-Radloff, Takeuchi, Cutrone-Marshburn 等の仕事によって, Picard 数 2 の 3 次元概 Fano 多様体の取り得る不変量の分類はほぼ完了した. しかし分類された各値に対して, それを満たす概 Fano 多様体が存在するかはまだわかっていない. 特に del Pezzo ファイブレーションを持つ場合に考えると, 例の存在が知られていないものは丁度 10 タイプ存在していた. 本講演では, 10 タイプの各々に例を構成する方法を紹介する. また, 10 タイプの内, 9 タイプは次数 6 の del Pezzo ファイブレーションであるが, これには次数 6 特有の問題が絡んでいるため, それについても時間が許せば説明したい.

## Extremal rays and nefness of tangent bundles

金光秋博 (東京大学)

In view of Mori theory, rational homogenous manifolds satisfy the following inductive condition: every elementary contraction is a smooth morphism with rational homogeneous fibers and the image of the contraction also satisfies the same property.

In this talk, we will consider Fano manifolds with the above condition and show that a smooth Fano  $n$ -fold with the condition and Picard number greater than  $n - 6$  is either a rational homogeneous manifold or the product of  $n - 7$  copies of  $\mathbb{P}^1$  and a Fano 7-fold  $X_0$  constructed by G. Ottaviani. We also show that the tangent bundle of  $X_0$  is not nef and in particular  $X_0$  is not rational homogeneous.

## 射影曲線上の直線束の normal generation について

赤堀克己 (岐阜薬科大学)

$X$  を複素数体上定義された種数  $g$  の射影曲線,  $L$  を  $X$  上の very ample な直線束とする。 $L$  による埋め込みによる  $X$  の像が射影空間において projectively normal であるとき,  $L$  は normally generated であるという。 $L$  の normal generation については Mumford の次の定理がよく知られている。

(Mumford)  $\deg L \geq 2g + 1$  ならば  $L$  は normally generated である。

次に,  $\deg L \leq 2g$  の場合が問題になるが, 多くの研究者がこの問題に取り組んだ後, 以下の Green-Lazarsfeld の結果で一応の決着をみていた。

(Green-Lazarsfeld)  $\deg L \geq 2g + 1 - 2h^1(L) - \text{Cliff}(X)$  ならば  $L$  は normally generated である。

しかしながら,  $\text{Cliff}(X)$  について詳らかな結果はなく, 与えられた次数の  $L$  が normally generated であるかどうかはすぐには判定できない。本講演では,  $\deg L \leq 2g$  の場合の結果を包括的に紹介するとともに, 関連する問題についても言及する。

## $\mathbb{Q}$ -Fano threefolds with $\frac{1}{2}(1, 1, 1)$ -singularities revisited

高木寛通 (東京大学)

I will talk about prime  $\mathbb{Q}$ -Fano threefolds with only  $\frac{1}{2}(1, 1, 1)$ -singularities. Especially I will pick up a few examples and explain their properties from several view points.

November 18 (Fri)

## On derived equivalence and Grothendieck ring of varieties

大川新之介 (大阪大学)

For a pair of derived equivalent smooth projective varieties  $(X, Y)$ , it is natural to ask what kind of (additive) invariants coincide. The most naive expectation is that the difference  $[X] - [Y]$  of their classes in the Grothendieck ring of varieties is annihilated by some power of the class of the affine line. I would like to explain a couple of (potential) examples of such pairs  $(X, Y)$  satisfying the annihilation property. I would also like to talk about related subjects and problems. My talk will be based on joint works with Kenji Hashimoto, Atsushi Ito, Makoto Miura, and Kazushi Ueda.

## 非特異 Fano 超曲面上の 2 次曲線族の次元について

古川勝久 (東京大学)

Fano 超曲面  $X$  上の  $e$  次非特異有理曲線のなす族  $R_e(X)$  を Hilbert スキームの開部分多様体として考える。 $X$  が general であれば、このような族  $R_e(X)$  の性質については様々に研究されており、特に  $e$  が小さい場合には  $R_e(X)$  の次元が期待次元に一致することもわかる。一方で  $X$  を general のかわりに任意の非特異超曲面とした場合には、 $R_e(X)$  の次元がどうなるか判定するのは難しい。今回は 2 次曲線族  $R_2(X)$  について考察する。

## Fano manifolds with nef tangent bundle

渡邊究 (埼玉大学)

As a generalization of Mori's characterization of the projective space, Campana and Peternell conjectured that the only Fano manifolds with nef tangent bundle are rational homogeneous. In this talk, we introduce recent results on the conjecture, paying special attention to my joint work with R. Muñoz, G. Occhetta, L E. Solá Conde and J. A. Wiśniewski.

## Instanton counting on the minimal resolution of the $A_1$ -singularity

大川領 (京都大学)

この講演では  $A_1$  特異点から定まるネクラソフ分配関数について紹介する。これは特異点解消上の枠付き連接層のモジュライ上の積分を係数とする母関数である。特異点解消として二つ、極小解消とスタック的な解消、つまり、射影平面を位数 2 の巡回群で割った商スタックを考える。これら二つの特異点解消から定まるネクラソフ分配関数の間の関数等式について紹介する。

## On smooth projective variety dominated by Fano hypersurface

佐藤榮一 (九州大学)

We consider the structure of an  $n(\geq 3)$ -dimensional smooth projective variety  $X$  dominated by an  $n$ -dimensional smooth Fano hypersurface  $M$  in  $P^{n+1}$ . It is known that in case degree of  $M = 1$  or  $2$ , such  $X$  is  $P^n$  except for the isomorphism  $f : M(= \text{hyperquadric}) \rightarrow X$ . Taking a rational curve  $C$  in  $X$  which induces a minimal free morphism  $g : P^1 \rightarrow C \subset X$ , we study the behavior of irreducible component  $\bar{C}$  of  $f^{-1}(C) \subset M$  in terms of curve in  $P^{n+1}$  containing  $M$ . Particularly we study the structure of such  $X$  when  $M$  is a cubic hypersurface.