

QR コードの多色化 —誤り訂正能力が保証される条件—

早稲田大学大学院基幹理工学研究科 数学応用数理専攻修士 2 年 楯研究室所属 伊達虎太郎

1 はじめに

QR コードは汚れなどで一部が認識できなくても正しく読み取れるような仕組みがあり、それをリードソロモン符号という。リード・ソロモン符号は任意の有限体上で扱うことができるが、QR コードでは白と黒の 2 色なので標数 2 の体上で扱われている。この研究の目的は、どのような条件下ならば QR コードを多色化することによる恩恵があるのかを確かめることである。

2 リード・ソロモン符号

- $\mathbb{F}_q^k \xrightarrow{\text{符号化}} \mathbb{F}_q^n \xrightarrow{\text{送信}} \mathbb{F}_q^n \xrightarrow{\text{復号}} \mathbb{F}_q^k$
- $d = \min\{d(x, y) \mid x \neq y \in C\}$
- $(c_0, c_1, \dots, c_{n-1}) \longleftrightarrow c_0 + c_1\bar{x} + \dots + c_{n-1}\bar{x}^{n-1}, \quad \mathbb{F}_q^n \longleftrightarrow \mathbb{F}_q[x]/\langle x^n - 1 \rangle$
- α を $\mathbb{F}_q$ の原始元、 $k < q$ とする。 $g = (x - \alpha) \cdots (x - \alpha^{n-k}) \in \mathbb{F}_q[x]$ としたとき、 $C = \langle g \rangle / \langle x^n - 1 \rangle$ で定義される符号 C をリード・ソロモン符号という。さらに次元 k 、語長 n 、最小距離 d のリード・ソロモン符号を (n, k, d) リード・ソロモン符号という。
- $d = n - k + 1$
- 整数 $\mu < k$ について $C' = \{c_0 + c_1\bar{x} + \dots + c_{n-\mu-1}\bar{x}^{n-\mu-1} \in C\}$ で定義される $C' \subset C$ を $(n - \mu, k - \mu, d)$ 短縮リード・ソロモン符号という。

3 QR コードの規格と構造 (JIS-X-0510)



1 型



2 型



3 型

誤り訂正レベル	L	M	Q	H
復元可能な損傷割合 (%)	7	15	25	30
n (語長)	26	26	26	26
k (情報量)	19	16	13	9

4 実験

STEP1 語長 n 、情報量 k 、色の数 color、1 つのデータを表すセル数 cell、1 つのデータが誤って伝わる確率 prob を入力。

STEP2 ランダムに符号語 c と誤り e を生成して受信語を $y = c + e$ とする。

STEP3 リード・ソロモン符号の復号アルゴリズムに従い復号を行う。

STEP4 STEP2,3 を 10000 回繰り返し、何回復号に成功したかを記録する。

(実験 1) $k = 70$ のデータを送る場合を考える。

(結果) 以下のようになった。

n	k	color	cell	color ^{cell}	prob = 5	10	20	時間 [s]
134	86	2	8	256	10000	10000	9982	144
134	85	3	6	729	10000	10000	9987	331
141	88	5	4	625	10000	10000	9994	322
119	74	7	3	343	10000	10000	9981	161

(準備) 誤り訂正レベルを固定したとき

- 型が大きい方が復号成功確率が高い。
- color が大きい方が復号成功確率が高い。

(実験 2) 色の数ごとに cell を変更して必ず復号に成功する最大の prob を探した。

(結果) 以下のようになった。

誤り訂正レベル	L	M	Q	H
最大の prob(3 型)	2	4	10	14
最大の prob(5 型)	3	8	14	18
最大の prob(7 型)	3	9	16	22

(結論) 次の条件を満たすとき、2 段階小さな QR コードにすることができる。(3 色)

3 色にするとき				
2 色のときの誤り訂正レベル	L	M	Q	H
2 色のときの型番	13 以上	13 以上	14 以上	12 以上
P_3 の条件	$P_3 \leq 3$	$P_3 \leq 9$	$P_3 \leq 16$	$P_3 \leq 22$
3 色のときの誤り訂正レベル	L	M	Q	H

5 まとめ

- P_3 や P_5 、 P_7 の条件次第では QR コードを多色化することで、誤り訂正能力を保証したまま小さな QR コードにすることができる。
- 一方で読み取りの時間は 3 色や 5 色だと約 2.3 倍、7 色だと 1.1 倍ほどになってしまう。

参考文献

- [1] D. コックス, J. リトル, D. オシー著: グレブナー基底 2. 大杉英史, 北村知徳, 日比孝之訳. 丸善出版. 2012.
- [2] 池田和興. 例題が語る符号理論. 共立出版. 2007.
- [3] イエルン・ユステセン, トム・ホーホルト著: 誤り訂正符号入門 [第 2 版]. 阪田省二郎, 栗原正純, 松井一, 藤沢匡哉訳. 森北出版. 2019.
- [4] tech-jp, QR コードの仕組み. <https://www.tech-jp.com/QRCode/index.html>
- [5] KEYENCE, バーコード講座. <https://www.keyence.co.jp/ss/products/autoid/codereader/basic2d-qr-types.jsp>
- [6] QRcode.com, <https://www.qrcode.com/en/index.html>
- [7] デンソー技術情報. <https://www.denso-wave.com/ja/adcd/fundamental/2dcode/qrc/index.html>
- [8] 濱屋進. 符号理論入門: 数学的な基礎知識から「QR コード」の作成まで. 工学社. 2008.
- [9] QR のススメ, QR コード作成サイト. <https://qr.quel.jp/>
- [10] いろあと, <https://www.iroato.com/cameleoncode/>
- [11] JIS-X-0510, <https://kikakurui.com/x0/X0510-2018-01.html> (閲覧日: 2024 年 1 月 25 日)
- [12] 助川 修司, 伊藤 正都, 近藤 圭佑, 大園 忠親, 新谷 虎松, QR コードの多色化による 2 次元コードの大容量化について, 全国大会講演論文集, 第 70 回 (コンピュータと人間社会)(2008), 845-846