

$\mathbb{P}^2$ の 1 点 blow up 上の階数 2 のベクトル束について

楫研究室 栗林 克俊

1 Introduction

Horrocks[4] の次の結果

Theorem 1. $\mathbb{P}^n$ 上のベクトル束 E について, E が直線束の直和と同型であるための必要十分条件は,

$$H^i(\mathbb{P}^n, E(k)) = 0, \quad \text{for all } k \in \mathbb{Z}, 0 < i < n.$$

と同様なベクトル束が直線束の直和となるための条件を Ottaviani[7] は hyperquadric $Q_n \subset \mathbb{P}^{n+1}$ やグラスマン多様体 $Gr(k, n)$ に拡張した. 私はこれらの論文を読み, ベクトル束の直線束への直和分解となるための判定法に興味を持った.

本論文は有理曲面での分解の条件を求めることを目的としている. 先行結果として次がある.

Theorem 2 ([3]). X を Hirzebruch 曲面とし, C_0 をセクション, $(C_0)^2 = -e$, F をファイバーとする. M を X 上の階数 2 のベクトル束とすると,

- (i). $M \cong \mathcal{O}_X \oplus \mathcal{O}_X \iff c_1(M) = 0, c_2(M) = 0, h^0(M(-C_0)) = h^0(M(-F)) = h^1(M) = 0.$
- (ii). $M \cong \mathcal{O}_X(-F) \oplus \mathcal{O}_X(-C_0 - eF) \iff c_1(M) = -C_0 - (e+1)F, c_2(M) = 1, h^0(M) = 0.$
- (iii). $M \cong \mathcal{O}_X \oplus \mathcal{O}_X(-F) \iff c_1(M) = -F, c_2(M) = 0, h^0(M(-C_0)) = h^0(M(-F)) = h^1(M) = 0.$
- (iv). $M \cong \mathcal{O}_X(-F) \oplus \mathcal{O}_X(-C_0 - (e+1)F) \iff c_1(M) = -C_0 - (e+2)F, c_2(M) = 1, h^0(M) = h^1(M(-C_0 - F)) = h^2(M(-F)) = 0.$
- (v). $M \cong \mathcal{O}_X \oplus \mathcal{O}_X(-C_0 - (e+1)F) \iff c_1(M) = -C_0 - (e+1)F, c_2(M) = 0, h^0(M(-C_0)) = h^0(M(-F)) = h^1(M) = 0.$

この定理は Beilinson スペクトル系列を用いて証明される. しかし, 今の状況だと Beilinson スペクトル系列に現れる直線束が決まってしまうため, 上記以外の splitting type のものを考えるのは困難である. そこで, 本論文では, $e = 1$ の場合, すなわち $\mathbb{P}^2$ の 1 点 blow up 上のベクトル束が上記に現れない直線束の直和へ分解するための条件を考えた. その結果としていくつかの分解の条件を得ることができた.

2 Preliminaries

本論文では基礎体は複素数体 $\mathbb{C}$ とし、次の設定の元で考える： $\pi: \tilde{X} \rightarrow \mathbb{P}^2$ を $\mathbb{P}^2$ の $P = (1:0:0)$ における blow up とし、 C をその例外因子、 $\tilde{L}$ を $\mathbb{P}^2$ の P を通らない直線 L の全変換とする。 $\tilde{X}$ を *Hirzebruch* 曲面と見たとき、 $e = 1$, $C_0 = C$, $F = -C + \tilde{L}$ となる。

Hirzebruch 曲面上の直線束のコホモロジー群の計算に次の Lemma が役に立つ：

Lemma 2.1 ([3]). X を *Hirzebruch* 曲面, a, b を整数とする. このとき,

$$H^1(\mathcal{O}_X(aC_0 + bF)) \cong \begin{cases} H^0(\mathbb{P}^1, \bigoplus_{k=1}^{-a-1} \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(ke + b)), & a \leq -2 \\ 0, & a = -1 \\ H^0(\mathbb{P}^1, \bigoplus_{k=0}^a \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(ke - b - 2)), & a \geq 0 \end{cases}.$$

また, X を非特異曲面とし, V を X 上の階数 r のベクトル束とする. このとき, Riemann-Roch の定理より, V のオイラー標数は次のようにして計算できる：

$$\chi(V) = \frac{1}{2}c_1(V)(c_1(V) - K_X) - c_2(V) + r\chi(\mathcal{O}_X).$$

さらに, L を X 上の任意の直線束としたとき,

$$c_1(V \otimes L) = c_1(V) + rc_1(L)$$

$$c_2(V \otimes L) = c_2(V) + (r-1)c_1(L)c_1(V) + \binom{r}{2}c_1(L)^2$$

でそれぞれのチャーン類が計算できる.

3 Main Theorem

Theorem 3.1. E を $\tilde{X}$ 上の階数 2 のベクトル束とする. このとき,

- (i). $E \cong \mathcal{O}_{\tilde{X}} \oplus \mathcal{O}_{\tilde{X}}(2C - 2\tilde{L})$ または $\mathcal{O}_{\tilde{X}}(C - \tilde{L}) \oplus \mathcal{O}_{\tilde{X}}(C - \tilde{L})$
 $\iff c_1(E) = 2C - 2\tilde{L}, c_2(E) = 0, h^0(E(-C)) = h^0(E(C - \tilde{L})) = 0.$
- (ii). $E \cong \mathcal{O}_{\tilde{X}} \oplus \mathcal{O}_{\tilde{X}}(2C) \iff c_1(E) = 2C, c_2(E) = 0, h^0(E(-3C)) = h^0(E(2C - \tilde{L})) = 0.$

Proof. まずは, (i) の $\implies$ は自明なので $\impliedby$ を示す.

$E(-C)$ と $E(-\tilde{L})$ のチャーン類は,

$$c_1(E(-C)) = -2\tilde{L}, \quad c_2(E(-C)) = 1$$

$$c_1(E(-\tilde{L})) = 2C - 4\tilde{L}, \quad c_2(E(-\tilde{L})) = 3$$

となり, Riemann-Roch の定理より,

$$\chi(E(-C)) = \frac{1}{2}c_1(E(-C))(c_1(E(-C)) - (C - 3\tilde{L})) - c_2(E(-C)) + 2 = 0$$

$$\chi(E(-\tilde{L})) = \frac{1}{2}c_1(E(-\tilde{L}))(c_1(E(-\tilde{L})) - (C - 3\tilde{L})) - c_2(E(-\tilde{L})) + 2 = 0.$$

を得る. これより, $h^0(E(-\tilde{L})) = h^0(E(-C)) = 0$ なので

$$h^1(E(-C)) = h^2(E(-C))$$

$$h^1(E(-\tilde{L})) = h^2(E(-\tilde{L})).$$

Serre の双対定理より, $h^2(E(-C)) = h^0(E(-\tilde{L})) = 0$, $h^2(E(-\tilde{L})) = h^0(E(-C)) = 0$ なので,

$$h^1(E(-C)) = 0$$

$$h^1(E(-\tilde{L})) = 0.$$

従って, 2 つの完全列

$$0 \longrightarrow E(-C) \longrightarrow E \longrightarrow E|_C \longrightarrow 0 \quad (3.1)$$

$$0 \longrightarrow E(-\tilde{L}) \longrightarrow E \longrightarrow E|_{\tilde{L}} \longrightarrow 0 \quad (3.2)$$

より

$$H^0(E) \cong H^0(E|_C)$$

$$H^0(E) \cong H^0(E|_{\tilde{L}})$$

を得る. ここで $h^0(E)$ の場合分けをして考える.

$h^0(E) \neq 0$ の場合: この場合は, 仮定より E の大域切断 s は零点をもたないので, 次の完全列をえる:

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_{\tilde{X}} \longrightarrow E \longrightarrow \mathcal{O}_{\tilde{X}}(2C - 2\tilde{L}) \longrightarrow 0.$$

この完全列は $H^1(\tilde{X}, \mathcal{O}_{\tilde{X}}(-2C + 2\tilde{L}))$ で parametrize されるがこのコホモロジー群は $-2C + 2\tilde{L} = 2F$ (ここで F は $\tilde{X}$ を Hirzebruch 曲面とみたときのファイバー) なので Lemma 2.1 より消える. よって, 完全列は split し, $E \cong \mathcal{O}_{\tilde{X}} \oplus \mathcal{O}_{\tilde{X}}(2C - 2\tilde{L})$.

$h^0(E) = 0$ の場合: $E|_C = \mathcal{O}_C(a) \oplus \mathcal{O}_C(-2 - a)$ とする. いま, $\deg(E|_C) = -2$ なので, $h^0(E|_C) = h^0(E) = 0$ であることから, $a = -1$ が従う. 同様に, $E|_{\tilde{L}} = \mathcal{O}_{\tilde{L}}(a) \oplus \mathcal{O}_{\tilde{L}}(-2 - a)$ としたとき, $a = -1$ を得る. よって, E を C と $\tilde{L}$ に制限したときの splitting はどちらも $\mathcal{O}(-1) \oplus \mathcal{O}(-1)$ となる. ゆえに $E(-C + \tilde{L}) \cong \pi^* \mathcal{E}$ をみたす $\mathbb{P}^2$ 上の階数 2 のベクトル束 $\mathcal{E}$ が存在する.

$\mathcal{E}$ について調べる. $c_1(\mathcal{E}) = 0$, $c_2(\mathcal{E}) = 0$ であり, 完全列 (3.2) に $\mathcal{O}_{\tilde{X}}(-C + \tilde{L})$ をテンソルすることで, $h^0(E(-C + \tilde{L})) \neq 0$ を得る. 故に, $h^0(\mathcal{E}) \neq 0$. 今, $h^0(\mathcal{E}(-1)) = h^0(E(-C)) = 0$ なので $\mathcal{E}$ は自明なベクトル束となる.

従って, $E(-C + \tilde{L}) \cong \mathcal{O}_{\tilde{X}} \oplus \mathcal{O}_{\tilde{X}}$, すなわち E は split する.

次に (ii) の $\Leftarrow$ を示す. 示すべきことは, $h^0(E(-2C)) \neq 0$ である. 実際, $h^0(E(-2C)) \neq 0$ であれば, 次の完全列を得る:

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_{\tilde{X}}(2C) \longrightarrow E \longrightarrow \mathcal{O}_{\tilde{X}} \longrightarrow 0. \quad (3.3)$$

ここで $h^0(E) \geq 2$ を示す. $h^0(E(-C)) = 1$ としてよいので, $\chi(E(-C)) = 1$ より $h^1(E(-C)) = 0$. また, $h^0(E(-2C)) = 1$ でもあるので, $\chi(E(-2C)) = -1$ より, $h^1(E(-2C)) = 2$. 従って, 完全列 $0 \longrightarrow E(-2C) \longrightarrow E(-C) \longrightarrow E(-C)|_C \longrightarrow 0$ より得られる長完全列

$$0 \longrightarrow H^0(E(-2C)) \longrightarrow H^0(E(-C)) \longrightarrow H^0(E(-C)|_C) \longrightarrow H^1(E(-2C)) \longrightarrow H^1(E(-C)) = 0$$

より, $h^0(E(-C)|_C) = 2$ を得る. よって $E|_C \cong \mathcal{O}_C \oplus \mathcal{O}_C(-2)$ となり, 長完全列:

$$0 \longrightarrow H^0(E(-C)) \longrightarrow H^0(E) \longrightarrow H^0(\mathcal{O}_C \oplus \mathcal{O}_C(-2)) \longrightarrow H^1(E(-C)) = 0$$

より $h^0(E) = 2$. すると, 次の長完全列を考えることで $H^0(\mathcal{O}_{\tilde{X}}) \longrightarrow H^1(\mathcal{O}_{\tilde{X}}(2C))$ が零写像であることがわかるので, 完全列 (3.3) は split していることがわかる:

$$0 \longrightarrow H^0(\mathcal{O}_{\tilde{X}}(2C)) \longrightarrow H^0(E) \longrightarrow H^0(\mathcal{O}_{\tilde{X}}) \longrightarrow H^1(\mathcal{O}_{\tilde{X}}(2C)) \longrightarrow H^1(E) \longrightarrow H^1(\mathcal{O}_{\tilde{X}}) = 0.$$

そこで $h^0(E(-2C)) = 0$ として, 次の完全列を考える:

$$0 \longrightarrow E(-3C) \longrightarrow E(-2C) \longrightarrow E(-2C)|_C \longrightarrow 0.$$

$\deg(E(-2C)|_C) = 2$ なので, Riemann-Roch の定理より, $h^0(E(-2C)|_C) - h^1(E(-2C)|_C) = 4$. まず $E(-2C)$ の 1 次, 2 次コホモロジー群は $h^2(E(-2C)) = h^0(E(-2C + 2C + C - 3\tilde{L})) = h^0(E(C - 3\tilde{L})) = 0$ であり, $\chi(E(-2C)) = -1$ なので $h^1(E(-2C)) = 1$ となる. また, $E(-3C)$ はそれぞれ, $h^2(E(-3C)) = h^0(E(2C - 3\tilde{L})) = 0$, $\chi(E(-3C)) = -5$ なので $h^1(E(-3C)) = 5$ となる. これより, 次の完全列を得る:

$$0 \longrightarrow H^0(E(-2C)) \longrightarrow H^0(E(-2C)|_C) \longrightarrow \mathbb{C}^5 \longrightarrow \mathbb{C}^1 \longrightarrow H^1(E(-2C)|_C) \longrightarrow 0.$$

$h^0(E(-2C)) = 0$ なので, この完全列より $h^1(E(-2C)|_C) = 1$ または 0 を得る. $h^1(E(-2C)|_C) = 1$ のとき, $E(-2C)|_C = \mathcal{O}(4) \oplus \mathcal{O}(-2)$. 完全列

$$0 \longrightarrow E(-2C) \longrightarrow E(-C) \longrightarrow E(-C)|_C \longrightarrow 0.$$

より,

$$0 \longrightarrow H^0(E(-C)) \longrightarrow H^0(\mathcal{O}(3) \oplus \mathcal{O}(-3)) \longrightarrow \mathbb{C}^1 \longrightarrow \dots$$

なる長い完全列を得る. ゆえに, $h^0(E(-C)) \geq 3$. また, $c_1(E(-C)) = 0$, $c_2(E(-C)) = 1$ なので, 次の完全列を得る:

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_{\tilde{X}} \longrightarrow E(-C) \longrightarrow \mathcal{I} \longrightarrow 0.$$

ただし, $\mathcal{I}$ は $\mathcal{O}_{\tilde{X}}$ のイデアル層である. これより, $h^0(\mathcal{I}) \neq 0$. これは矛盾. 次に $h^1(E(-2C)|_C) = 0$ の場合であるが, $E(-2C)|_C = \mathcal{O}(3) \oplus \mathcal{O}(-1)$ であり, 長い完全列

$$0 \longrightarrow H^0(E(-C)) \longrightarrow H^0(\mathcal{O}(2) \oplus \mathcal{O}(-2)) \longrightarrow \mathbb{C}^1 \longrightarrow \dots$$

より, $h^0(E(-C)) \geq 2$ が従う. これからも矛盾が生じる. 従って, $h^0(E(-2C)) \neq 0$.

□

4 $c_1 = 4C - 4\tilde{L}$, $c_2 = 0$ の階数 2 のベクトル束

ここでは, Theorem 3.1 の (i) の拡張を考えたい. そこでまず, $c_1 = 4C - 4\tilde{L}$, $c_2 = 0$ なる階数 2 のベクトル束について調べる. ベクトル束の構成法に, Serre correspondence がある.

Theorem 4.1 ([5]). X を滑らかな曲面, $Z \subset X$ を余次元 2 の局所完全交叉, L, M を X 上の直線束とする. このとき, 次の完全列

$$0 \longrightarrow L \longrightarrow E \longrightarrow M \otimes \mathcal{I}_Z \longrightarrow 0$$

において, E がベクトル束となるための必要十分条件は, $(L^\vee \otimes M \otimes K_X, Z)$ が Cayley-Bacharach property を持つことである.

ここで, Cayley-Bacharach property とは, 任意の $\ell(Z') = \ell(Z) - 1$ を満たす $Z' \subset Z$ にたいし, $s \in H^0(X, L^\vee \otimes M \otimes K_X)$ が $s|_{Z'} = 0$ ならば $s|_Z = 0$ を満たすという条件である.

Example 4.1. $Q \in \mathbb{P}^2$ とする. 完全列 $0 \longrightarrow \mathcal{I}_Q \longrightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}^2} \longrightarrow k(Q) \longrightarrow 0$ より, $\text{Ext}^1(\mathcal{I}_Q(-2), \mathcal{O}_{\mathbb{P}^2}) \cong H^1(\mathbb{P}^2, \mathcal{I}_Q(-5))^\vee \cong H^0(\mathbb{P}^2, k(Q))^\vee \cong \mathbb{C}$ なので次のような自明でない完全列がある:

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_{\mathbb{P}^2} \longrightarrow \mathcal{E} \longrightarrow \mathcal{I}_Q(-2) \longrightarrow 0.$$

$H^0(\mathbb{P}^2, \mathcal{O}_{\mathbb{P}^2}(-5)) = 0$ なので Cayley-Bacharach property を満たす. 従って, $\mathcal{E}$ は階数 2 のベクトル束で, チャーン類はそれぞれ, $c_1(\mathcal{E}) = -2$, $c_2(\mathcal{E}) = 1$. $h^1(\mathbb{P}^2, \mathcal{E}) = 1$ なので indecomposable である.

前の章の設定のもと, $Q \neq P$ とすれば, $\pi^*\mathcal{E}(2C - \tilde{L})$ は $h^0(\pi^*\mathcal{E}(2C - \tilde{L})(-C)) = h^0(\pi^*\mathcal{E}(2C - \tilde{L})(C - \tilde{L})) = 0$ を満たすが split しない. □

Example 4.2. $q \in \tilde{X}$ とする. $q \in \tilde{L}$ であれば Example 4.1 と同様にして indecomposable なベクトル束が構成できる. そこで, $q \in C$ とする. 完全列 $0 \longrightarrow \mathcal{I}_q \longrightarrow \mathcal{O}_{\tilde{X}} \longrightarrow k(q) \longrightarrow 0$ より, $\text{Ext}^1(\mathcal{I}_q(-2\tilde{L}), \mathcal{O}_{\tilde{X}}) \cong H^1(\tilde{X}, \mathcal{I}_q(C - 5\tilde{L}))^\vee \cong H^0(\tilde{X}, k(q))^\vee \cong \mathbb{C}$ なので

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_{\tilde{X}} \longrightarrow E \longrightarrow \mathcal{I}_q(-2\tilde{L}) \longrightarrow 0 \tag{4.1}$$

なる自明でない完全列を得る. このとき, $H^0(\tilde{X}, \mathcal{O}_{\tilde{X}}(-2\tilde{L}) \otimes K_{\tilde{X}}) = 0$ なのでやはり, E はベクトル束になる. この E が split しないことを確かめよう. $q \in C$, $c_1(E) = -2\tilde{L}$, $c_2(E) = 1$ より, もし split していれば, $E \cong \mathcal{O}_{\tilde{X}}(C) \oplus \mathcal{O}_{\tilde{X}}(-C - 2\tilde{L})$ または $E \cong \mathcal{O}_{\tilde{X}}(C - 2\tilde{L}) \oplus \mathcal{O}_{\tilde{X}}(-C)$. 前者であれば, $h^0(E(-C)) \neq 0$ となり, 後者であれば, $h^0(E) = 0$ でともに矛盾する. 従って, どのような E は indecomposable である.

次に、この E に $\mathcal{O}_{\tilde{X}}(2C - \tilde{L})$ をテンソルしたものを、 $E' := E \otimes \mathcal{O}_{\tilde{X}}(2C - \tilde{L})$ が $h^0(E'(-C)) = h^0(E'(C - \tilde{L})) = 0$ を満たすことを確かめる。完全列 (4.1) に $\mathcal{O}_{\tilde{X}}(2C - \tilde{L})$ をテンソルした次の完全列を考える：

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_{\tilde{X}}(2C - \tilde{L}) \longrightarrow E' \longrightarrow \mathcal{I}_q(2C - 3\tilde{L}) \longrightarrow 0. \quad (4.2)$$

これより、 $h^0(E'(-C)) = h^0(E'(C - \tilde{L})) = 0$ がわかる。□

以上の Example 4.1 と Example 4.2 からわかるように、 $c_1(E) = 4C - 4\tilde{L}$ 、 $c_2(E) = 0$ かつ $h^0(E(-C)) = h^0(E(C - \tilde{L})) = 0$ という仮定を満たすベクトル束 E は split するとは限らない。それではどういった仮定をつけ加えれば split していることが示せるのだろうか。

Remark 4.1. 排除すべき場合は、 $E(-C + \tilde{L})$ を考えてから、 $h^0(E(-2C + \tilde{L})) \neq 0$ 、 $h^0(E(-3C + \tilde{L})) = 0$ となる場合である。上の例はともにこの場合に対応している。

Proposition 4.1. n を 2 以上の自然数とする。 E を $\tilde{X}$ 上の階数 2 のベクトル束で次の条件を満たすものとする： $c_1(E) = 2nC - 2n\tilde{L}$ 、 $c_2(E) = 0$ 、 $h^0(E(-C)) = h^0(E(C - \tilde{L})) = h^0(E(-2C + \tilde{L})) = h^0(E(-nC + (n-1)\tilde{L})) = 0$ 。このとき、 E は split する。

Proof. n についての帰納法で示す。 $n = 2$ のとき、 $h^0(E) \neq 0$ であれば Lemma 2.1 より E は split する。 $h^0(E) = 0$ であれば、 $E(-C + \tilde{L})$ を考える。このとき、仮定から $E(-C + \tilde{L})$ は Theorem 3.1 の (i) の仮定をみたす。従って、 E は split する。すべての $k \geq n$ なる自然数について正しいとする。 $n = k + 1$ とする。 $h^0(E) \neq 0$ であればやはり Lemma 2.1 より split する。 $h^0(E) = 0$ であれば、 $E(-C + \tilde{L})$ を考える。仮定から、 $h^0(E(-(k+1)C + k\tilde{L})) = 0$ でこれは、 $E(-C + \tilde{L})$ に $\mathcal{O}_{\tilde{X}}(-kC + (k-1)\tilde{L})$ をテンソルしたとみなせる。いま、 $E(-C + \tilde{L})$ は $c_1(E(-C + \tilde{L})) = 2kC - 2k\tilde{L}$ のベクトル束で、 $n = k$ の時の仮定をすべてみたす。従って帰納法の仮定より、 E は split する。□

5 Acknowledgements

本論文の執筆にあたって、楫元先生には大変お世話になりました。私がまだ外部生だったころから、快くセミナーへの参加を許可していただき、拙い私のセミナーを熱心に見ていただきました。当時のことを考えると、とても有意義な時間を過ごせたと思っています。ありがとうございます。さらに、主定理の考えの助けになった論文 [3]、数学書 [5] を紹介していただいただけでなく研究への姿勢なども指導していただきました。心より感謝申し上げます。また、Example 4.1 を教えてくださったのは明治大学の安武和範氏です。安武和範氏にもこの場を借りてお礼申し上げます。

楫研究室の先輩、同期、後輩の方々にはセミナーや論文執筆やそれ以外の部分で大変お世話になりました。ありがとうございます。

参考文献

- [1] M. Aprodu, M. Marchitan, A note on vector bundles on Hirzebruch surface, C.R. Acad. Sci. Paris, Ser. I Math 349 (2011), no. 11-12, 687-690.
- [2] L. Costa, R.M. Mir-Roig, Cohomological characterization of vector bundles on multi-projective spaces. preprint arXiv: math/0609559v1 [math.AG], 20 Sep. 2006.
- [3] M. Fulger, M. Marchitan, Some splitting criteria on Hirzebruch surfaces, Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie Tom 54(102) No. 4, 2011, 313-323
- [4] G. Horrocks, Vector bundles on the punctured spectrum of a local ring. Proc. London Math. Soc. (3) 14(1964), 689-713.
- [5] D. Huybrechts, M. Lehn, The geometry of moduli spaces of sheaves, Second edition, Cambridge University Press, 2010.
- [6] C. Okonek, M. Schneider, H. Spindler, Vector bundles on complex projective spaces. Progress in Mathematics, 3. Birkhäuser, Boston, Mass., 1980.
- [7] G. Ottaviani, Some extensions of Horrocks criterion to vector bundles on grassmannians and quadrics. Annali di Matem. 155(1989), 317-341.