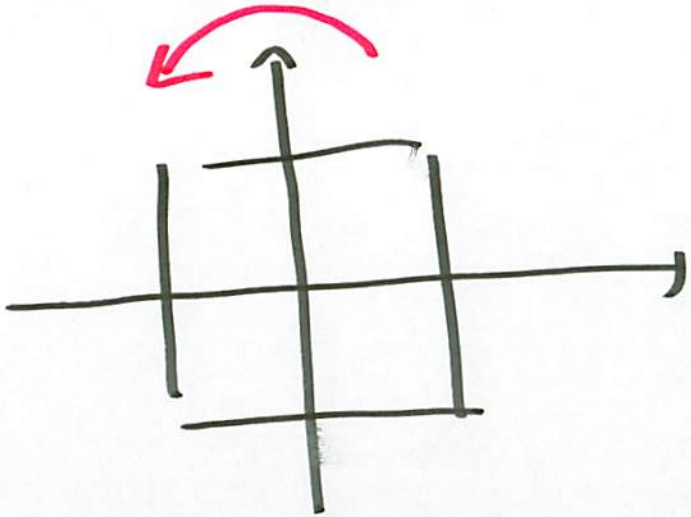
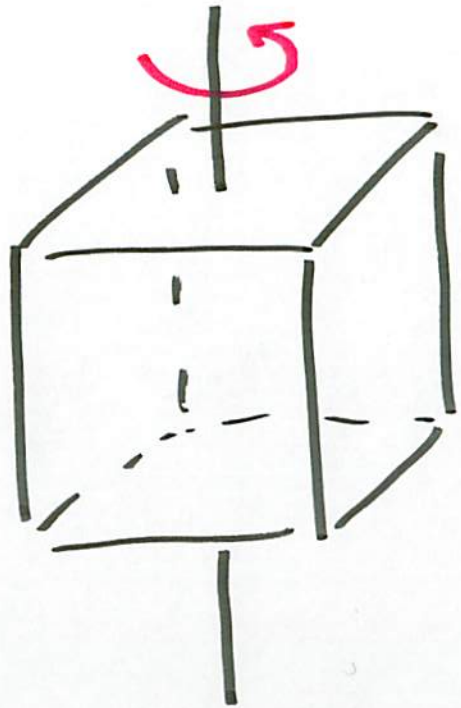
超立方体回転群により不変な部分環を生成する斉次多項式について

横研究室　菅本 守

研究動機



正方形



立方体

正方形や立方体の回転は群を作る

これらの回転群により不変な部分環を

生成する斉次多項式はどのようなものか？

研究動機（正方形の回転群）

$$G_2 := \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\boxed{\mathbb{C}[x, y]^{G_2} = \mathbb{C}[f_1, f_2, f_3]}$$

$$f_1 = x^2 + y^2$$

$$f_2 = x^2 y^2$$

$$f_3 = (x^2 - y^2)xy$$

$\mathbb{C}$: 複素数体

$\mathbb{C}[x, y]^{G_2}$: G_2 で不変な部分環

- では 正方形も立方体も含めた一般の $\boxed{n\text{次元超立方体回転群}}$ は定義できないか
- さらに $n \geq 3$ の場合の $\boxed{n\text{次元超立方体回転群}}$ により不変な部分環を生成する斉次多項式はどのようなものになるか

定義

$\mathbb{C}$ を複素数体とし、$A = (a_{ij})$ とおく。

このとき、**n次元超立方体回転群** G_n とは

$$G_n = \left\{ A \in GL(n, \mathbb{C}) : a_{ij} = 0, 1, \text{or } -1 \right.$$
$$\left. A \in O(n),\ \det A = 1 \right\}$$

と定義する。

定理A (n=3) 生成元

$\mathbb{C}$：複素数体．$A=(a_{ij})$ とする．

$G_3 = \{ A \in GL(3,\mathbb{C}) : a_{ij} = 0, 1, \text{or } -1$

$A \in O(3),\ \det A = 1 \}$

$f_1 = x^2 + y^2 + z^2$

$f_2 = x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2$

$f_3 = x^2y^2z^2$

$f_4 = (x^2-y^2)(x^2-z^2)(y^2-z^2)xyz$

$$\boxed{\mathbb{C}[x,y,z]^{G_3} = \mathbb{C}[f_1, f_2, f_3, f_4]}$$

定理B (n = 4) 斉次多項式・生成元

$$G_4 = \{ A \in GL(4, \mathbb{C}) : a_{ij} = 0, 1 \text{ or } -1$$

$$A \in O(4) \quad \det A = 1 \}$$

2次 $f_1 = x^2 + y^2 + z^2 + w^2$ $\quad$ $f_s \ (1 \le s \le n)$ の次数は $2s$

4次 $f_2 = x^2y^2 + x^2z^2 + x^2w^2 + y^2z^2 + y^2w^2 + z^2w^2$

6次 $f_3 = x^2y^2z^2 + x^2y^2w^2 + x^2z^2w^2 + y^2z^2w^2$

8次 $f_4 = x^2y^2z^2w^2$ $\quad$ f_{n+1} の次数は n^2

16次 $f_5 = (x^2-y^2)(x^2-z^2)(x^2-w^2)(y^2-z^2)(y^2-w^2)(z^2-w^2)$

$\times\ xyzw$

$$\boxed{\mathbb{C}[x\,y\,z\,w]^{G_4} = \mathbb{C}[f_1\ f_2\ f_3\ f_4\ f_5]}$$

$\boxed{\text{定理C}}$ $(n=5)$ 生成元 $f_s\ (1 \le s \le n)$ の次数は $2s$

f_{n+1} の次数は n^2

2次 $f_1 = x^2 + y^2 + z^2 + w^2 + v^2$

$f_2 = x^2y^2 + x^2z^2 + x^2w^2 + x^2v^2 + y^2z^2 + y^2w^2 + y^2v^2$

4次 $+ z^2w^2 + z^2v^2 + w^2v^2$

$f_3 = x^2y^2z^2 + x^2y^2w^2 + x^2y^2v^2 + x^2z^2w^2 + x^2z^2v^2$

6次 $+ x^2w^2v^2 + y^2z^2w^2 + y^2z^2v^2 + w^2z^2v^2$

$f_4 = x^2y^2z^2w^2 + x^2y^2z^2v^2 + x^2y^2w^2v^2 + x^2z^2w^2v^2$

8次 $+ y^2z^2w^2v^2$

10次 $f_5 = x^2y^2z^2w^2v^2$

$\times\ xyzwv$

$\times (y^2-v^2)(z^2-w^2)(z^2-v^2)(w^2-v^2)$

25次 $f_6 = (x^2-y^2)(x^2-z^2)(x^2-w^2)(x^2-v^2)(y^2-z^2)(y^2-w^2)$

予想 (一般の n) 生成元

$$f_1 = x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 \quad 2次$$

$$f_2 = x_1^2 x_2^2 + x_1^2 x_3^2 + \cdots + x_{n-1}^2 x_n^2 \quad 4次$$

$$f_3 = x_1^2 x_2^2 x_3^2 + \cdots + x_{n-2}^2 x_{n-1}^2 x_n^2 \quad 6次$$

$f_s\ (1 \leq s \leq n)$ の次数は $2s$

$\vdots$

f_{n+1} の次数は n^2

$$f_n = x_1^2 x_2^2 \cdots x_n^2 \quad 2n次$$

$$f_{n+1} = (x_1^2 - x_2^2) \cdots (x_{n-1}^2 - x_n^2)\, x_1 x_2 \cdots x_n \quad n^2次$$

$$\mathbb{C}[x_1 x_2 \cdots x_n]^{G_n} = \mathbb{C}[f_1 f_2 \cdots f_{n+1}]$$

生成元は $n+1$ コ

定理A (n = 3) 斉次多項式、生成元

$\mathbb{C}$: 複素数体 . $A = (a_{ij})$ とする.

$G_3 = \{ A \in GL(3, \mathbb{C}) : a_{ij} = 0, 1, \text{or } -1$

$A \in O(3)$, $\det A = 1 \}$

2次 $f_1 = x^2 + y^2 + z^2$

4次 $f_2 = x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2$

6次 $f_3 = x^2y^2z^2$

9次 $f_4 = (x^2 - y^2)(x^2 - z^2)(y^2 - z^2)xyz$

$f_s \ (1 \leq s \leq n)$ の次数は $2s$

f_{n+1} の次数は n^2

$$\boxed{\mathbb{C}[x\ y\ z]^{G_3} = \mathbb{C}[f_1\ f_2\ f_3\ f_4]}$$

定義（ヒルベルト級数）

$\mathbb{C}$：複素数体，群 $G \subset GL(n, \mathbb{C})$

$\mathbb{C}[x] := \mathbb{C}[x_1, \cdots, x_n]$ のとき

$$\boxed{\Phi(\mathbb{C}[x]^G, z) := \sum_{d=0}^{\infty} \left(\dim \mathbb{C}[x]_d^G\right) z^d}$$

$\mathbb{C}[x]_d^G = \{ f \in \mathbb{C}[x]^G : f$ は d 次斉次式 $\}$

$\mathbb{C}[x]_d^G$ のベクトル空間としての次元（dim）

を係数にもつ級数

定理A (n = 3) 生成元

$\mathbb{C}$: 複素数体. $A = (a_{ij})$ とする。

$$G_3 = \{ A \in GL(3, \mathbb{C}) : a_{ij} = 0, 1, \text{or } -1$$

$$A \in O(3), \det A = 1 \}$$

$$f_1 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$f_2 = x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2$$

$$f_3 = x^2y^2z^2$$

$$f_4 = (x^2 - y^2)(x^2 - z^2)(y^2 - z^2)\,xyz$$

$$\boxed{\mathbb{C}[x\ y\ z]^{G_3} = \mathbb{C}[f_1\ f_2\ f_3\ f_4]}$$

$$\Phi(\mathbb{C}[x]^{G_3}\cdot z) = \Phi(\mathbb{C}[f_1 f_2 f_3 f_4]\cdot z)$$

がいえれば

$\forall d$ について $\dim \mathbb{C}[x]_d^{G_3} = \dim \mathbb{C}[f_1 f_2 f_3 f_4]_d$

$\forall d$ について $\mathbb{C}[x]_d^{G_3} = \mathbb{C}[f_1 f_2 f_3 f_4]_d$

$$\therefore \mathbb{C}[x]^{G_3} = \mathbb{C}[f_1 f_2 f_3 f_4]$$

→ ヒルベルト級数を計算しよう

G_3 の元の個数は 24個

それらの行列に関する ヒルベルト級数 は

mathematica の計算により

$$\Phi(\mathbb{C}[x\,y\,z]^{G_3}, z) = \frac{1+z^9}{(1-z^2)(1-z^4)(1-z^6)}$$

2次 $f_1 = x^2 + y^2 + z^2$

4次 $f_2 = x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2$

6次 $f_3 = x^2y^2z^2$

9次 $f_4 = (x^2-y^2)(x^2-z^2)(y^2-z^2)xyz$

補題A ($n=4$)

G_4 の元の個数は192個

それらに関するヒルベルト級数は

$$\Phi\left(\mathbb{C}[x\,y\,z\,\omega]^{G_4}, z\right) = \frac{1+z^{16}}{(1-z^2)(1-z^4)(1-z^6)(1-z^8)}$$

となる　mathematica で計算

生成元 $f_1\ f_2\ f_3\ f_4\ f_5$ はそれぞれ

2次 4次 6次 8次 16次

$$\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\right.$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&-1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\0&-1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&1&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&-1&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&-1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&-1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&1&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\0&0&-1&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&0&-1\\0&0&-1&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\-1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\-1&0&0&0\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&1&0&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

15-2

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&-1&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&1\\1&0&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\\0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&0&-1\\1&0&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&-1&0&0\\0&0&0&1\\-1&0&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&0&-1\\-1&0&0&0\\0&0&-1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&-1&0\\0&1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&0&-1\\0&0&-1&0\\0&-1&0&0\\-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&1&0\\1&0&0&0\\0&0&0&1\\0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0&0&-1&0\\-1&0&0&0\\0&0&0&-1\\0&1&0&0\end{pmatrix},$$

15-3

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Big\}$$

15-4

補題 C (n=5)

G_5 の元の個数は 1920 個

それらに関する ヒルベルト級数 は

$$\Phi(\mathbb{C}[xyzwv]^{G_5}, z) = \frac{1+z^{25}}{(1-z^2)(1-z^4)(1-z^6)(1-z^8)(1-z^{10})}$$

となる. mathematica で計算

生成元 f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 f_6 はそれぞれ

2次 4次 6次 8次 10次 25次

約 3000

$$\left\{\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\right.$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&0&-1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&0&-1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&0&1\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},$$

17-2

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

17-3

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

17 - 4

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&0&1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&1&0&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&1&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0\\0&0&0&-1&0\end{pmatrix},$$

5-47

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

17 - 6

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&1&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&-1&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&-1&0&0\\0&-1&0&0&0\\0&0&0&0&-1\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&-1&0&0\\0&0&0&0&-1\\0&-1&0&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1&0&0&0&0\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\\0&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&-1\\0&1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1&0&0&0&0\\0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&1\\0&-1&0&0&0\\0&0&-1&0&0\end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

予想（一般の n の ヒルベルト級数）

$$\boxed{\Phi\left(\mathbb{C}[x_1 \cdots x_n]^{G_n}, z\right) = \frac{1 + z^{n^2}}{(1-z^2)(1-z^4)\cdots(1-z^{2n})}}$$

参考文献

「Ideals, Varieties, and Algorithms」
著 David Cox, John Little, Donal O'Shea
出版 Springer Wien New York

「Algorithms in Invariant Theory」
著 Bernd Sturmfels
出版 Springer