

Applications of Serre correspondence to classification problems of ACM bundles and globally generated vector bundles

根本 卓弥

早稲田大学大学院基幹理工学研究科
数学応用数理専攻
楫研究室

December 4, 2023

出版論文

- [1] T. Nemoto, *Rank two ACM bundles on the double embedding of a quadric surface*, Comm. Algebra, 50(12) (2022), 5096-5112.
- [2] T. Nemoto, *Globally generated vector bundles on a projective space blown up along a line*, Gulf Journal of Mathematics(掲載決定済).
- [3] T. Nemoto, *Globally generated vector bundles on the del Pezzo threefold of degree 6 with Picard number 2*, Turkish Journal of Mathematics(掲載決定済).

表題

Applications of Serre correspondence to classification problems of ACM bundles and globally generated vector bundles
(セール対応の ACM 束および大域生成ベクトル束の分類問題への応用)

構成

- (1) イントロダクション
- (2) 二次曲面の二重埋め込みに関する階数 2 の ACM 束の分類 (論文 [1])
- (3) $\mathbb{P}^3$ の直線に沿ったブローアップ上の大域生成ベクトル束の分類 (論文 [2])

研究の概要 [1]: Hartshorne 予想

$\mathbb{P}^n$: n 次元射影空間.

$Y \subset \mathbb{P}^n$: m 次元の非特異部分多様体.

$H_1, \dots, H_{n-m} \subset \mathbb{P}^n$: $n - 1$ 次元の超曲面 (1 個の多項式の零点).

Definition

$Y = H_1 \cap \dots \cap H_{n-m}$ であるとき, Y を完全交叉という.

Remark

$n - m$ は Y の余次元 ($\text{codim}(Y, \mathbb{P}^n) = n - m$).

Hartshorne 予想 '74

$m > \frac{2}{3}n$ ならば, 非特異部分多様体 Y は全て完全交叉である.

$Y \subset \mathbb{P}^n$ の余次元 $n - m$ が小さい $\Rightarrow Y$ は完全交叉? (余次元 1 では成立)

余次元2の部分多様体 $\Rightarrow$ 完全交叉？

完全交叉とベクトル束

$\mathcal{E} : \mathbb{P}^n (n \geq 3)$ 上の階数2のベクトル束.

切断 $s \in H^0(\mathcal{E})$ の零点 $(s)_0$ は局所的には2個の関数の零点.

$(s)_0 = Y : (\mathcal{E}$ に適当な直線束をテンソルして) 純余次元2とできる.

Serre 対応

純余次元2の部分多様体 Y がある条件を満たすと
 Y から階数2のベクトル束が構成できる.

階数2のベクトル束 $\mathcal{E}$

$((s)_0 = Y) \downarrow \quad \uparrow (\text{Serre 対応})$

純余次元2の部分多様体 Y

Fact

$\mathcal{E}$ が直線束 (階数1のベクトル束) の直和に分裂 $\mathcal{E} = \mathcal{O}(H_1) \oplus \mathcal{O}(H_2)$.

$\iff (s)_0 = Y = H_1 \cap H_2$ は完全交叉 (余次元2).

階数 2 のベクトル束 $\Rightarrow$ 分裂？

実際, 余次元 2 のとき Hartshorne 予想は次と同値が示されている.

Hartshorne 予想 (余次元 2) '74

$n \geq 7$ ならば, $\mathbb{P}^n$ 上の階数 2 のベクトル束は全て分裂する.

Problem

- (1) 分裂しないベクトル束はどれほど存在するか？ (ベクトル束の分類)
- (2) ベクトル束はいつ分裂するか？ (分裂判定法)

- (1) たとえば, $\mathbb{P}^4$ 上の分裂しない階数 2 のベクトル束が一つ存在 (Horrocks-Mumford '73).
- (2) について, Horrocks による分裂判定法がある.

Theorem (Horrocks の分裂判定法 '64)

射影空間 $\mathbb{P}^n$ 上のベクトル束 $\mathcal{E}$ が直線束の直和に分裂.

$\iff \mathcal{E}$ の中間コホモロジーが消滅.

$$(H_*^i(\mathbb{P}^n, \mathcal{E}) := \bigoplus_{t \in \mathbb{Z}} H^i(\mathbb{P}^n, \mathcal{E}(t)) = 0 \text{ for } 1 \leq i \leq n-1)$$

ここで一般の多様体 X 上のベクトル束について考えたい.

Problem

X 上の中間コホモロジーが消滅するが、分裂しないベクトル束はどれほど存在するか? (ACM 束の分類)

Definition

$X \subseteq \mathbb{P}^N$: 射影多様体, $\mathcal{O}_X(H) := \mathcal{O}_{\mathbb{P}^N}(1)|_X$ とする.

X 上のベクトル束 $\mathcal{E}$ が **Arithmetically Cohen–Macaulay (ACM for short)**

$\stackrel{\text{def}}{\iff} \mathcal{E}$ の **中間コホモロジーが消滅**.

$(H_*^i(X, \mathcal{E}) := \bigoplus_{t \in \mathbb{Z}} H^i(X, \mathcal{E}(tH)) = 0 \text{ for } 1 \leq i \leq \dim(X) - 1).$

Remark

定義より, ACM 束であることは, 多様体 X だけではなく,
その**埋め込み方** $X \hookrightarrow \mathbb{P}^N$ によって定まる $\mathcal{O}_X(H)$ にも依存している.

Problem

$X \hookrightarrow \mathbb{P}^N$ に対する, 分裂しない階数 2 の ACM 束を分類する.

ACM の性質は $\mathcal{O}_X(H)$ のテンソルで不変なので、次の条件を考える。

Definition

ベクトル束 $\mathcal{E}$ が **initialized** $\stackrel{\text{def}}{\iff} h^0(X, \mathcal{E}) \neq 0$ and $h^0(X, \mathcal{E}(-H)) = 0$.

Theorem

$\mathcal{E}$ を X 上の initialized な ACM 束とする。このとき、
 $h^0(X, \mathcal{E}) \leq \deg(X) \text{rank } \mathcal{E}$.

Definition

$h^0(X, \mathcal{E}) = \deg(X) \text{rank } \mathcal{E}$ が成り立つとき $\mathcal{E}$ を **Ulrich 束** という。

$\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ の ACM 束の分類

$X = \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ とし, $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1 \hookrightarrow \mathbb{P}^N$ に対する ACM 束を考える.

先行研究

- $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1 \hookrightarrow \mathbb{P}^3$: (二次曲面) $\mathcal{O}_X(H) := \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(1)|_{\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1} = \mathcal{O}(1, 1)$.
($\mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(1) \boxtimes \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(1)$ を $\mathcal{O}(1, 1)$ と書く)
→ このとき, 階数 2 の ACM 束は**全て分裂** (Knörrer '87).
- $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1 \hookrightarrow \mathbb{P}^5$: (4 次スクロール) $\mathcal{O}_X(H) = \mathcal{O}(1, 2)$.
→ このとき, 階数 2 の initialized な直既約 (indecomposable) ACM 束のチェーン類は**ただ一つ** (Faenzi, Malaspina '17).

証明したこと

$\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1 \hookrightarrow \mathbb{P}^8$: $\mathcal{O}_X(H) = \mathcal{O}(2, 2)$
(二次曲面の二重埋め込み, 次数 8 の del Pezzo 曲面 $\omega_X = \mathcal{O}_X(-H)$)
上の階数 2 の ACM 束のチェーン類を分類した.

$(X := \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1, \mathcal{O}_X(2, 2))$ 上の ACM 束

Main Theorem

$\mathcal{E}$ を $(X, \mathcal{O}_X(2, 2))$ 上の階数 2 の initialized な直既約 ACM 束,
チャーヌ類 $c_1 = c_1(\mathcal{O}(a, b)) = (a, b) (a \leq b)$ とし, $c_2 \in \mathbb{Z}$ とする.
このとき, 次のいずれかが成り立つ.

- (1) $c_1 = (0, 0), c_2 = 1$. 一般の切断 s の零点集合 $(s)_0$ は一点.
- (2) $c_1 = (0, 1), c_2 = 1$. $(s)_0$ は一点.
- (3) $c_1 = (3, 4), c_2 = 7$. $(s)_0$ は超平面の一次元の族に含まれる次数 7 の零次元スキーム. $((s)_0 \subset H_t \subset \mathbb{P}^8, t \in \mathbb{P}^1)$.
- (4) $c_1 = (3, 5), c_2 = 9$. $\mathcal{E}$ は Ulrich 束. $(s)_0$ は次数 9 の非退化な零次元スキーム. $(\langle (s)_0 \rangle = \mathbb{P}^8)$.
- (5) $c_1 = (4, 4), c_2 = 10$. $\mathcal{E}$ は Ulrich 束. $(s)_0$ は次数 10 の非退化な零次元スキーム. $(\langle (s)_0 \rangle = \mathbb{P}^8)$.

さらに, それぞれの場合に ACM 束は存在する.

第一チャーン類の範囲と $D = 0$ (Step 1.)

$\mathcal{E}$ を階数 2 の initialized な直既約 ACM 束とする.

切断 $s \in H^0(\mathcal{E})$ に対して, $(s)_0 = E \cup D$, E : 純余次元 2, D : 因子 と書く.

証明の方針

Step 1. $D = 0$ を証明し c_1 の範囲を絞る.

Step 2. 直可約 (decomposable) ベクトル束に対応する c_1 を除外する.

Step 3. Brill-Noether 理論を使い Serre 対応から ACM 束を構成する.

Lemma (Step 1.)

$D = 0$ であり, 次のうちどちらかが成り立つ.

(1) $0 \leq c_1 \leq 2H = (4, 4)$. $\rightarrow$ (1), (2), (3) of Main Theorem.

(2) $\mathcal{E}$ は Ulrich 束. $\rightarrow$ (4), (5) of Main Theorem.

$c_1 = (1, 1), c_2 = 1$ のベクトル束は直可約 (Step 2.)

Step 2. 直可約ベクトル束に対応する c_1 を除外する.

$c_1 = (1, 1), c_2 = 1$ のとき Koszul complex は

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_X \longrightarrow \mathcal{E} \longrightarrow \mathcal{I}_{E|X}(1, 1) \longrightarrow 0.$$

Remark: $\mathcal{E}$ は上の完全系列の唯一の non-split な extension である.

$\mathcal{O}_X(1, 0) \oplus \mathcal{O}_X(0, 1)$ は上の完全系列を持ち, $\mathcal{E} \cong \mathcal{O}_X(1, 0) \oplus \mathcal{O}_X(0, 1)$.

$c_1 = (3, 4), c_2 = 7$ のベクトル束の構成 (Step 3.)

Step 3. Brill-Noether 理論を使い Serre 対応から ACM 束を構成する.

Theorem

$c_1 = (3, 4), c_2 = 7$ のとき $\mathcal{E}$ は存在する.

E を曲線 $C \in |\mathcal{O}_X(3, 4)|$ 上の因子, $\deg(E) = 7$ とする.

Cayley-Bacharach 条件

任意の $\ell(E') = \ell(E) - 1$ を満たす $E' \subset E$ に対し,
 $s \in H^0(\mathcal{O}_X(c_1) \otimes K_X)$ が $s|_{E'} = 0$ ならば $s|_E = 0$ を満たす.

このとき Serre 対応よりベクトル束 $\mathcal{E}$ が存在し,

$$0 \longrightarrow \mathcal{O}_X \longrightarrow \mathcal{E} \longrightarrow \mathcal{I}_{E|X}(c_1) \longrightarrow 0.$$

$c_1 = (3, 4), c_2 = 7$ のベクトル束の構成 (Step 3.)

Lemma 1(証明の鍵となる補題)

曲線 $C \in |\mathcal{O}_X(3, 4)|$ 上の次数 7 の零次元スキーム E で以下の性質を持つものが存在する.

- (1) E は $\mathcal{O}_X(c_1) \otimes K_X = \mathcal{O}_X(1, 2)$ に関して CB ($\mathcal{E}$ の存在).
- (2) $h^0(\mathcal{I}_{E|X}(c_1 - H)) = 0$ ($\mathcal{E}$ は initialized).
- (3) $h^0(\mathcal{I}_{E|X}(2, 2)) = 2$ ($h^1(\mathcal{E}(-2H)) = 0$. $\mathcal{E}$ は ACM).

証明の概略

$$W_7^1(C) := \{L \in \text{Pic}^7(C) | h^0(C, L) \geq 2\}$$

はスキームの構造を持つ.

Lemma 1 の証明 (Step 3.)

Claim (1): E は $\mathcal{O}_X(c_1) \otimes K_X = \mathcal{O}_X(1, 2)$ に関して CB.

$\mathcal{O}_C(E)$ が基点を持たないことから (1) が従う.

$W_7^1(C)$ の稠密開集合 W_1 が存在し, その元 $\mathcal{O}_C(E)$ は基点を持たない.

Claim (2): $h^0(\mathcal{I}_{E|X}(c_1 - H)) = 0$.

$h^0(C, \mathcal{O}_C(E)) = 2$ が (2) に対応する.

$W_7^1(C)$ の稠密開集合 W_2 が存在し, その元 $\mathcal{O}_C(E)$ は $h^0(C, \mathcal{O}_C(E)) = 2$.

Claim (3): $h^0(\mathcal{I}_{E|X}(2, 2)) = 2$.

同様に $W_7^1(C)$ の稠密開集合 W_3 が存在し, その元 $\mathcal{O}_C(E)$ は (3) を満たす.

$W_1 \cap W_2 \cap W_3$ の元をとればよい.



直既約ベクトル束を得るために (Step 3.)

我々は initialized で ACM な階数 2 のベクトル束 $\mathcal{E}$ を構成した.

$\mathcal{E} \cong \mathcal{O}_X(A) \oplus \mathcal{O}_X(B)$ ならば, $A = (2, 1), B = (1, 3)$.

C 上の因子 E で以下の条件を満足するものを探す必要がある.

- (1) E は CB with respect to $\mathcal{O}_X(1, 2)$.
- (2) $h^0(\mathcal{I}_{E|X}(1, 2)) = 0$.
- (3) $h^0(\mathcal{I}_{E|X}(2, 2)) = 2$. (As in Lemma 1), そして
- (4) $h^0(\mathcal{I}_{E|X}(2, 1)) = 0$.

まず最初に (4) を満たす元 $\mathcal{L}_0 \in W_7^1(C)$ の存在が示せる. そこで, $\mathcal{L}_0 \in \mathcal{W}$ となる $W_7^1(C)$ の既約成分をとれば, $W_1 \cap W_2 \cap W_3 \cap \mathcal{W} \neq \emptyset$.

研究の概要 [2]: 大域生成ベクトル束

Hartshorne 予想 (余次元 2)

$n \geq 7$ ならば, $\mathbb{P}^n$ 上の階数 2 のベクトル束 $\mathcal{E}$ は全て分裂する.

Fact

$\mathcal{O}(m)$ ($m \gg 0$) をテンソルすると $\mathcal{E}(m)$ は大域生成で,
大域切断の全射 $\mathcal{O}^{N+1} \rightarrow \mathcal{E}(m) \rightarrow 0$ に対応する
写像 $\mathbb{P}^n \rightarrow G(1, N)$ ($\mathbb{P}^N$ の直線のグラスマン多様体) は埋め込みになる.

Hartshorne 予想のためには, $\mathbb{P}^n \hookrightarrow G(1, N)$ を与える
大域生成ベクトル束を調べればよい.

グラスマン多様体への埋め込みを与える大域生成ベクトル束の分類

Tango('74) は埋め込み $\mathbb{P}^n \hookrightarrow G(1, n+1)$ を与える $\mathbb{P}^n$ の階数 2 の大域生成ベクトル束を分類した (このとき $c_1 = 1$ or 2).

Sierra と Ugaglia('06) は埋め込み $\mathbb{P}^n \hookrightarrow G(1, N)$ を与える $\mathbb{P}^n$ の階数 2, $c_1 = 1, 2$ の大域生成ベクトル束を分類した.

これを一般化し,

Sierra, Ugaglia('09) は $\mathbb{P}^n$ の階数 $r \geq 2, c_1 = 1, 2$ の大域生成ベクトル束を分類した.

Problem

大域生成ベクトル束を第一チャーン類を固定して分類する.

大域生成ベクトル束の分類

先行研究

Ballico, Huh, Malaspina は, 以下の三次元の多様体について, c_1 の小さい大域生成ベクトル束の分類を行っている.

- 二次超曲面 ('14)
- $\mathbb{P}^3$ の一点または二点のブローアップ (Ballico '15)
- 完全交叉 Calabi-Yau 多様体 ('16)
- Segre 多様体 $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^2$, $\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$ ('16)

これらの結果は, 大域生成ベクトル束に一般化された Serre 対応で対応する非特異曲線を調べることで得られている.

一般化された Serre 対応

Theorem (Arrondo '07)

X : 非特異多様体, Y : 純余次元 2 の局所完全交叉部分スキーム,

L : X 上の直線束で $H^2(L^\vee) = 0$. N_Y : Y の法束.

$\bigwedge^2 N_Y \otimes L^\vee|_Y$ が $r-1$ 個の大域切断 $s_1, \dots, s_{r-1}$ で生成されるとすると, 階数 r のベクトル束 $\mathcal{E}$ で次を満たすものが存在する.

(1) $\bigwedge^r \mathcal{E} = L$

(2) Y を degeneracy locus に持つ $\mathcal{E}$ の $r-1$ 個の大域切断 $\alpha_1, \dots, \alpha_{r-1}$ が存在して $s_1 \alpha_1|_Y + \dots + s_{r-1} \alpha_{r-1}|_Y = 0$ を満たす.

さらに, $H^1(L^\vee) = 0$ ならば $\mathcal{E}$ は (1), (2) から同型を除いて決まる.

Fact

$\mathcal{E}$ が大域生成のとき, 純余次元 2 の degeneracy locus Y が存在して,

- Y は非特異.
- $\bigwedge^2 N_Y \otimes L^\vee|_Y$ は大域生成.

$X: \mathbb{P}^3$ の直線 R に沿ったブローアップ.

$\tilde{H}: \mathbb{P}^3$ の超平面の引き戻し. E : 例外因子.

$\pi: X \cong \mathbb{P}(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(1) \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}^2) \rightarrow \mathbb{P}^1$, 射影空間束の写像.

ξ, f をそれぞれ $\mathcal{O}_{\mathbb{P}(\mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(1) \oplus \mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}^2)}(1)$ と $\pi^*\mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}(1)$ の類とする.

Fact (Casnati, Genc)

$\mathcal{O}_X(a\xi + bf)$ は大域生成 $\iff a, b \geq 0$.

$c_1 = 0 \Rightarrow \mathcal{E} \cong \mathcal{O}_X^r$ (Sierra).

Proposition

$c_1 = a\xi \Rightarrow \sigma: X \rightarrow \mathbb{P}^3$ ブローアップの写像, $\mathcal{E} = \sigma^*\mathcal{F}$, $\mathcal{F}$: 大域生成.

Proposition

$c_1 = bf \Rightarrow \pi: X \rightarrow \mathbb{P}^1$ 射影空間束の写像, $\mathcal{E} = \pi^*\mathcal{F}$, $\mathcal{F}$: 大域生成.

$$c_1 = \xi + f(= 2\tilde{H} - E)$$

Main Theorem

$\mathcal{E} : X$ 上の階数 $r \geq 2$ の大域生成ベクトル束, $c_1 = \xi + f, c_2 = \alpha\xi^2 + \beta\xi f$.

s : Serre 対応で $\mathcal{E}$ に対応する曲線の連結成分の個数.

$\mathcal{E}$ は自明な直線束 $\mathcal{O}_X$ を直和因子として持たないならば,

r と $(s; \alpha, \beta)$ の組は以下のいずれかである:

- (1) $r = 2, (1; 1, 0)$;
- (2) $r = 2, (1; 0, 1)$: このとき $\mathcal{E} \cong \mathcal{O}_X(\xi) \oplus \mathcal{O}_X(f)$;
- (3) $r = 3, 4, (1; 1, 1)$;
- (4) $r = 2, 3, (2; 0, 2)$;
- (5) $3 \leq r \leq 6, (1; 1, 2)$.

さらに, それぞれの場合に大域生成ベクトル束は存在する.

$\mathcal{E}$: 階数 r の大域生成ベクトル束は完全系列

$$0 \rightarrow \mathcal{O}_X^{r-1} \rightarrow \mathcal{E} \rightarrow \mathcal{I}_C(c_1) \rightarrow 0$$

を持ち, C は非特異曲線.

$$\Lambda_C := \Lambda^2 N_C \otimes L^\vee|_C \cong \omega_C \otimes \omega_X^\vee \otimes \mathcal{O}(-c_1)|_C.$$

Λ_C が大域生成ならば, $h^0(\Lambda_C)$ の $(r-1)$ -次元部分ベクトル空間が自明な直和因子を持たない階数 r のベクトル束 $\mathcal{E}$ に対応する ($r=2$ とできるのは, $\Lambda_C = \mathcal{O}_C$ のとき).

目標

$\Lambda_C, \mathcal{I}_C(\xi + f)$ が大域生成であるような非特異曲線 C を調べる.

C が E の中に連結成分を持つとき (Step 1.)

C を大域生成ベクトル束に対応する非特異曲線とする.

証明の方針

Step 1. C が E の中に連結成分を持つとき, $C \subset E$ を示す.

Step 2. C が空間曲線の強変換の場合を考える.

Lemma (Step 1.)

C が E の中に連結成分を持つとき, C は E に含まれその類は ξf or ξ^2 .

ブローアップされる直線 R の法束 $\mathcal{N}_{R|\mathbb{P}^3} \cong \mathcal{O}_{\mathbb{P}^3}(1)^2$ より, $E \cong \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1$.

$\mathcal{I}_C(\xi + f)|_E \cong \mathcal{I}_{C \cap E, \mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1}(1, 1)$ が大域生成.

→ $N := C \cap E$ に三つの場合がある.

- $N \in |\mathcal{O}_{\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1}(1, 0)|$ のときは $\bigwedge_C$ が大域生成ではない.
- $N \in |\mathcal{O}_{\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1}(0, 1)|$ のときは $C = N = \xi f$
- $N \in |\mathcal{O}_{\mathbb{P}^1 \times \mathbb{P}^1}(1, 1)|$ のときは $C = N = \xi^2$ がわかる.

C が空間曲線の強変換の場合 (Step 2.)

Step 2. C が空間曲線の強変換の場合.

Proposition

$C = \bigcup_{i=1}^s C_i = \alpha \xi^2 + \beta \xi f$ が E に含まれる連結成分を持たないとき,
 $\mathcal{E}$ が存在する $\iff r$ と $(s; \alpha, \beta)$ が Main theorem の場合である.

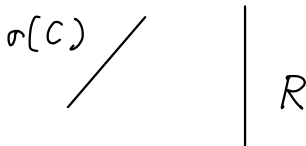
Fact

$$0 \leq \alpha \leq 1, 0 \leq \beta \leq 2.$$

$\sigma(C)$ は R と β 回交わる.

$$(\alpha, \beta) = (1, 0)$$

$\sigma(C)$ は R と交わらない直線.

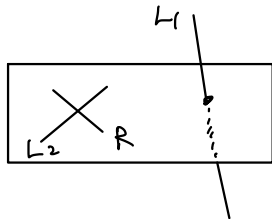
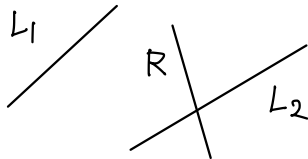


- $\sigma(C) \cup R$: $\sigma(C)$ を含む平面と R を含む平面の合併である二次曲面で切り出される.
→ これらの強変換は C を切り出し, $\mathcal{I}_C(\xi + f)$ は大域生成.
- $\Lambda_C \cong \mathcal{O}_C$ で $h^0(\Lambda_C) = 1$.

Serre 対応で得られる階数 r のベクトル束が自明な直和因子をもたない
 $\iff r = 2$.

$(\alpha, \beta) = (1, 1)$ and $s = 2$

$\sigma(C)$ は互いに交わらない二つの直線で, そのうちの一つは R と 1 回交わる. $\sigma(C) = L_1 \cup L_2$.



$\langle L_2, R \rangle$: L_2 と R の張る平面. L_1 はこの平面と $\langle L_2, R \rangle \setminus (L_2 \cup R)$ の点で交わる.

$L_1 \cup L_2 \cup R$ に沿って消える二次多項式は $\langle L_2, R \rangle$ 上で消えることになり, この平面の強変換は $\mathcal{I}_C(\xi + f)$ の基点の集合に含まれる.

$\rightarrow \mathcal{I}_C(\xi + f)$ は大域生成ではない.

ご清聴ありがとうございました.

表題

Applications of Serre correspondence to classification problems of ACM bundles and globally generated vector bundles
(セール対応の ACM 束および大域生成ベクトル束の分類問題への応用)

構成

- (1) イントロダクション
- (2) 二次曲面の二重埋め込みに関する階数 2 の ACM 束の分類 (論文 [1])
- (3) $\mathbb{P}^3$ の直線に沿ったブローアップ上の大域生成ベクトル束の分類 (論文 [2])